

Korrekt, väl motiverad lösning på uppgift 1–3 ger 10 poäng vardera medan uppgift 4–6 ger 20 poäng vardera. Totalt kan man få 90 poäng. Gränsen för godkänd är 40 poäng.

Institutionens papper används både som kladdpapper och som inskrivningspapper. Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Rödpenna får ej användas. Skriv fullständigt namn på alla papper.

Tillåtna hjälpmedel: Matematiska och statistiska tabeller som ej innehåller statistiska formler, Formelsamling i matematisk statistik AK 1996 eller senare, samt miniräknare.

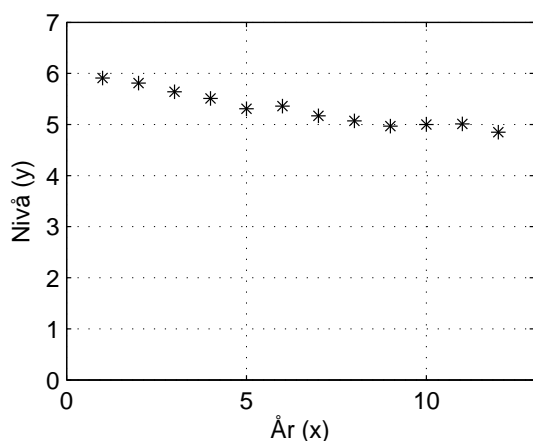
Resultatet anslås senast fredagen den 27 januari i matematikhusets entréhall.

1. Vikten hos en viss sorts bakpotatisar kan anses vara normalfördelad med väntevärde 200 g och standardavvikelse 32 g. Vikterna för olika potatisar är oberoende av varandra.

- (a) Beräkna sannolikheten att en slumpmässigt vald bakpotatis väger mer än 246 g. (3p)
- (b) Beräkna sannolikheten att 9 potatisar tillsammans väger mer än 2214 g. (3p)
- (c) Man köper 9 bakpotatisar och bär hem dem i en påse. Hur stor vikt måste påsen klara för att risken att den ska gå sönder av potatistygden ska vara högst 5 %? (4p)

2. Man har studerat vattennivån i en sjö under ett antal år och fått följande resultat: (10p)

År, x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nivå, y_i	5.91	5.81	5.64	5.51	5.31	5.36	5.17	5.07	4.97	5.00	5.01	4.85



$$\sum_{i=1}^{12} x_i = 78, \quad \sum_{i=1}^{12} y_i = 63.61,$$

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^{12} (x_i - \bar{x})^2 = 143,$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^{12} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = -13.475,$$

$$Q_0 = S_{yy} - \frac{S_{xy}^2}{S_{xx}} = 0.08113$$

Inför en lämplig modell och testa, på signifikansnivån 5 %, om det finns en signifikant linjär trend i vattennivån över åren.

3. En ideell förening planerar en insamling och skickar därför till var och en av de 1000 medlemmarna ett brev, i vilket man ber om ett bidrag på 50 eller 100 kronor. Från tidigare erfarenhet gör man uppskattningen att det är lika vanligt med det större som det mindre bidraget och att 20 % av medlemmarna inte ger något bidrag alls. Beräkna, med en lämplig approximation, sannolikheten att föreningen får in minst 58 000 kr. (10p)

4. Man har mätt fordonshastigheter på Södra Esplanaden i Lund. Man mätte hastigheten på 49 bilar i ett 50-område och på 36 andra bilar i ett 30-område. Resultat (enhet: km/h):

	antal (n)	medelvärde (\bar{x})	stickprovsstandardavvikelse (s)
50-sträcka	49	37.8	5.95
30-sträcka	36	32.0	4.74

Man kan göra lämpliga antaganden om t.ex. oberoende, normalfördelningar och lika varianser.

- (a) Beräkna ett 95 % konfidensintervall för medelhastigheten på 50-sträckan. (8p)
- (b) Beräkna ett 95 % konfidensintervall för skillnaden i medelhastighet mellan 50-sträckan och 30-sträckan. (12p)
5. En tillverkare säljer komponenter i förpackningar med 50 komponenter i varje. Komponenterna är defekta med sannolikheten p oberoende av varandra.
- (a) En kund köper en förpackning och konstaterar att 35 komponenter var hela och de övriga 15 var defekta. Skatta $p =$ "andelen defekta komponenter i en förpackning". Gör dessutom ett tvåsidigt, approximativt 95 % konfidensintervall för p . (12p)
- (b) En annan kund behöver (minst) 120 hela komponenter. Skatta sannolikheten att han måste köpa mer än 3 förpackningar. (8p)
6. Livslängden för en viss sorts komponenter kan anses vara exponentialfördelad med väntevärde μ . Komponenterna monteras i två olika sorters apparater. I den ena sorten sitter en komponent och apparaten fungerar så länge komponenten fungerar. I den andra sortens apparat sitter två komponenter och apparaten fungerar så länge båda komponenterna fungerar. Den andra sortens apparat har då en livslängd som är exponentialfördelad med väntevärde $\mu/2$. Man vill göra en skattning av μ med hjälp av en observerad livslängd x från en apparat med en komponent och en observerad livslängd y från en apparat med två komponenter.
- (a) Härled Maximum-likelihood-skattningen av μ , baserad på de båda observationerna. (8p)
- (b) Beräkna väntevärde och varians för skattningen i (a). (8p)
Hjälp: Om du inte klarade (a) kan du använda skattningen $\mu^* = \frac{1}{2}(x + 2y)$ istället.
- (c) Någon föreslår att man istället ska utnyttja att den minsta av livslängderna, dvs $z = \min(x, y)$, är en observation från en exponentialfördelning Z med väntevärde $\mu/3$, vilket ger skattningen $\mu_z^* = 3z$. Beräkna väntevärde och varians för denna skattning och avgör om det är ett bra förslag. (4p)

Lycka till!