
Alla uppgifter kräver motiverade och utförliga lösningar.

Varje uppgift ger maximalt 2 poäng. Totalt kan man få högst 8 poäng.

Institutionens papper används både som kladdpapper och som inskrivningspapper. Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Rödpenna får ej användas. Skriv fullständigt namn på alla papper.

Tillåtna hjälpmedel: Matematiska och statistiska tabeller som ej innehåller statistiska formler, Formelsamling i matematisk statistik AK 2001 eller senare, samt miniräknare.

1. I en trädgård planteras tulpaner i tre olika färger. Färgfördelningen på blommorna är $P(\text{gul}) = 0.3$, $P(\text{röd}) = 0.5$ och $P(\text{svart}) = 0.2$. Ett rådjur som bor i området gillar tulpaner, men föredrar vissa färger. Sannolikheten att rådjuret vill äta upp en gul tulpan är 0.9, att det vill äta en röd tulpan är 0.6 och att det vill äta en svart tulpan är 0.1.
 - (a) Rådjuret stöter på en slumpmässig tulpan i trädgården. Hur stor är sannolikheten att rådjuret vill äta upp tulpanen? (1p)
 - (b) Rådjuret har ätit upp en tulpan. Hur stor är den betingade sannolikheten att det var en gul tulpan? (1p)
2. Vikten hos vuxna sjöborrar kan anses vara normalfördelad med väntevärde 52.0 g och standardavvikelse 17.2 g.
 - (a) Beräkna sannolikheten att en slumpmässigt vald vuxen sjöborre väger mellan 50 g och 60 g. (1p)
 - (b) Beräkna sannolikheten att 100 slumpmässigt valda sjöborrar tillsammans väger mellan 5000 g och 6000 g. Antag att de olika sjöborrarnas vikter är oberoende av varandra. (1p)
3. En vacker vindstill dag faller löven från en stor lönn enligt en poissonprocess med intensitet 3 löv per minut. Det betyder bland annat att antalet löv som faller under t minuter är $Po(3t)$ -fördelat och att antalet löv som faller under olika minuter är oberoende av varandra.
 - (a) Beräkna sannolikheten att det faller precis 2 löv under en minut. (1p)
 - (b) Beräkna (approximativt) sannolikheten att det faller högst 40 löv under 20 minuter. (1p)
4. I en tillverkningsprocess utförs två moment, montering och lackering, på varje enhet. Tiderna X (montering) och Y (lackering) mäts i timmar och har den simultana täthetsfunktionen
$$f_{X,Y}(x,y) = e^{-x} \quad \text{för } x \geq 0 \text{ och } 0 \leq y \leq 1.$$
 - (a) Beräkna marginaltätheterna $f_X(x)$ och $f_Y(y)$ samt avgör om tiderna X och Y är oberoende. (1p)
 - (b) Beräkna sannolikheten att det tar mindre än en timme att montera och lackera ett element. (1p)