

Alla uppgifter kräver motiverade och utförliga lösningar. Varje uppgift ger maximalt 2 poäng. Maximalt kan man få 8 poäng.

Institutionens papper används både som kladdpapper och som inskrivningspapper. Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Rödpenna får ej användas. Skriv fullständigt namn på alla papper.

Tillåtna hjälpmedel: Matematiska och statistiska tabeller som ej innehåller statistiska formler, Formelsamling i matematisk statistik AK 2001 eller senare, samt miniräknare.

1. Vid en äppleodling odlas två sorters äpplen: Ingrid-Marie och Cox Orange. Sannolikheten att det går mask i ett Ingrid-Marie är 10% medan den är 5% för ett Cox Orange. Ett visst år bestod skörden av $1/4$ Ingrid-Marie och $3/4$ Cox Orange.

- (a) Inför lämpliga händelser och beräkna sannolikheten att ett slumpvis valt äpple ur hela skörden inte är maskätat. (1p)
- (b) Vi tar upp ett slumpvis valt äpple ur hela skörden. Äpplet visar sig vara maskätat. Vad är den betingade sannolikheten att det är ett Cox Orange? (1p)

2. Låt X vara en stokastisk variabel med täthetsfunktionen

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{3}{x^4}, & x \geq 1, \\ 0, & x < 1. \end{cases}$$

- (a) Beräkna väntevärde och varians för X . (1p)
- (b) Låt X_1, X_2, X_3 och X_4 vara oberoende stokastiska variabler med denna fördelning. Vad är sannolikheten att den minsta av de fyra är mindre än 5? (1p)
3. Ett bostadsområde för 1000 hushåll planeras och man funderar på hur många parkeringsplatser för de boende man ska bygga. En undersökning visar att antalet bilar per hushåll är 0, 1 eller 2 med sannolikheten 0.3, 0.6 respektive 0.1. Antal bilar per hushåll är oberoende.
- (a) Definiera en stokastisk variabel som beskriver antalet bilar i ett slumpmässigt valt hushåll och beräkna dess väntevärde och varians. (1p)
- (b) Inför lämpliga approximationer och beräkna sannolikheten att det totala antalet bilar i alla 1000 hushållen är fler än 850? (1p)

4. Den stokastiska variabeln (X, Y) har den simultana täthetsfunktionen

$$f_{X,Y}(x, y) = 3y, \quad 0 < x < y < 1.$$

- (a) Beräkna X 's marginaltäthet. (1p)
- (b) Avgör om X och Y är oberoende av varandra. (1p)