Dugga: 2010–10–15 kl 15^{00}–17^{00}
FMS 012 — Matematisk statistik för CDI, 9 hp

Alla uppgifter kräver motiverade och utförliga lösningar. Varje uppgift ger maximalt 2 poäng. Maximalt kan man få 8 poäng.

Institutionens papper används både som kladdpapper och som inskrivningspapper. Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Rödpenna får ej användas. Skriv fullständigt namn på alla papper.

Tillåtna hjälpmedel: Matematiska och statistiska tabeller som ej innehåller statistiska formler, Formelsamling i matematisk statistik AK 2001 eller senare, samt miniräknare.

---

1. När duggan för FMS 012 genomfördes hösten 2007 deltog 68 av totalt 157 studenter. Av de som deltog i duggan klarade 80.9% godkänt på decembertentan, medan motsvarande siffra för de som ej deltog i duggan var 58.4%.

   (a) Inför lämpliga händelser och beräkna sannolikheten att en slumpvis vald student blev godkänd på decembertentan. (1p)

   (b) Beräkna den betingade sannolikheten att en slumpvis vald student ej deltog i duggan givet att han eller hon blev underkänd på decembertentan. (1p)

2. Vid det stående skjutmomentet i en internationell världscupstafett i skidskytte avlossar varje åkare skott mot fem måltavlor. En åkare har åtta försök på sig att träffa samtliga fem tavlor, men de tre sista skotten, de s.k. extraskotten, måste laddas ett och ett om dessa används. Om åkaren inte träffat alla fem måltavlorna med de åtta skotten är han tvungen att åka en straffrunda på ca 150 m.

   Inför kommande säsong har den svenske olympiske guldmedaljören Björn Ferry en träffprocent i stående på 85%[1], vilket betyder att han träffar en måltavla med denna sannolikhet.

   (a) Bestäm sannolikheten att Ferry tvingas att använda minst ett av sina extraskott. (1p)

   (b) Bestäm sannolikheten att Ferry lämnar det stående skjutmomentet utan att behöva åka någon straffrunda. (1p)

3. Låt X beteckna det antal vinstnummer en deltagare prickar in i Keno-3. Sannolikhetsfunktionen för X ges då av följande tabell: (2p)

k	0	1	2	3
$p_X(k)$	0.36	0.45	0.17	0.02

   Två vinstnummer ger 5 kr och tre vinstnummer ger 90 kr. Färre än två vinstnummer ger ingen vinst. Antag att 2000 personer deltar i lotteriet oberoende av varandra; bestäm approximativt sannolikheten att deras sammanlagda vinst överstiger 6 000 kr.

Var god vänd!

[1] Denna siffra har erhållits genom personlig kommunikation med atleten själv, som f.ö. önskar alla studenter lycka till på duggan!

4. Den simultana täthetsfunktionen för (X, Y) ges av

$$f_{X,Y}(x, y) = c\, e^{-x^2}\ , \quad x \geq 0,\ y \geq 0,\ x \geq y,$$

där c är en positiv konstant.

(a) Bestäm konstanten c. (1p)

(b) Bestäm $P(X \leq 1)$. Uttryck svaret i c om du ej har klarat lösa (a). (1p)

Lycka till!