

Tentamen i Fotonik - 2013-04-03, kl. 08.00-13.00

FAFF25 - Fysik för C och D, Delkurs i Fotonik

- **Tillåtna hjälpmedel:** Miniräknare, godkänd formelsamling (t ex TeFyMa), utdelat formelblad.
- **OBS! Mobiltelefon** får ej finnas i fickan eller framme på bordet. Lägg denna i väskan med ljudet avstängt.
- Börja varje ny uppgift på ett nytt blad och skriv bara på en sida av pappret.
- Skriv namn på varje blad och numrera sidorna i övre högra hörnet.
- Lösningarna ska vara renskrivna, väl motiverade och försedda med svar. Uppgifter utan svar ger inte full poäng!
- **Betyg:** Varje korrekt löst uppgift ger 3 poäng efter en helhetsbedömning. För godkänt krävs minst 12 poäng.

1. Här kommer några inledande frågor.

- Är linsen som visas i fotografiet till höger positiv eller negativ? (*Ledning: testa genom att rita alternativa strålkonstruktioner*).
- I en mikrovågsugn är frekvensen 2,5 GHz. Då mikrovågorna studsar mot väggen i ugnen bildas en stående våg. Vad är avståndet mellan de punkter där intensiteten är som minst?
- Opolariserat* ljus infaller mot en uppställning med två polarisationsfilter. Vilken vinkel ska du ha mellan transmissionsaxlarna för att den totala transmissionen ska bli 25% av den infallande intensiteten?

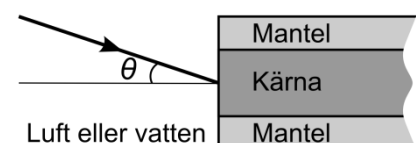


2. En negativ lins och två positiva linser ska användas för att konstruera en kikare. Linserna har brännvidderna: $f_1 = +500$ mm, $f_2 = +20$ mm, $f_3 = -30$ mm.

- Om man använder de två positiva linserna får man en Keplerkikare. Vilken av linserna ska man sätta som objektiv för att få maximal förstoring?
- Vad blir den normalställda Keplerkikarens längd, dvs avståndet mellan objektivet och okularet?
- Genom att montera den negativa linsen mellan objektivet och okularet kan kikarens vinkel förstoring fördubblas. Detta sker genom att bildbrännplanetsplanet hos objektivet förstoras upp till dubbla storleken ($M=+2$) och okularet placeras så att bilden av objektivets bildbrännplan hamnar i föremålsbrännpunkten hos okularet. Rita upp en schematisk bild som visar på vilka avstånd de tre linserna ska placeras i förhållande till varandra. Vad blir kikarens längd, dvs. avståndet mellan objektivet och okularet, i detta fall?

3. En optisk fiber består av en glaskärna med brytningsindex 1,50 och en skyddsmantel med brytningsindex 1,40.

- Vilken är den största infallsvinkel som en stråle kan ha om ljuset enbart ska gå i fiberns kärna då fibern befinner sig i luft?
- Fibern sänks ned i vatten med brytningsindex 1,33. Vilken är den största infallsvinkel som en stråle kan ha om ljuset enbart ska gå i fiberns kärna då fibern befinner sig i vatten?

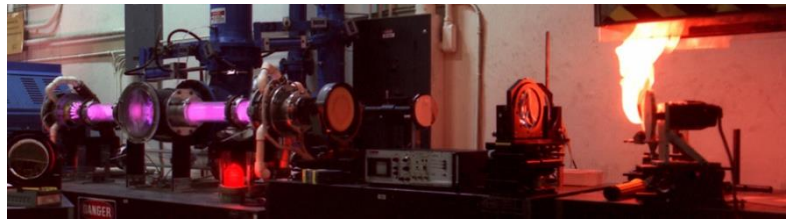


4. Diskussionsuppgift.

I ett sparsamt upplyst rum sitter du så nära en stor plasma-TV att du precis kan se bildpunkterna. Om du vill *försämra upplösningen* (så att du inte längre ser bildpunkterna) ska du då höja eller sänka belysningen i rummet? Motivera ditt svar.

5. En glasögonlins är tillverkad av plast med brytningsindex 1,74. Linsen skall antireflexbehandlas för våglängden 550 nm och du väljer att använda ett dielektriskt material med brytningsindex 1,34.
- Vilken är den fysikaliska förklaringen till att linser med högt brytningsindex alltid bör antireflexbehandlas?
 - Beräkna den minsta skiktjocklek som kan användas som antireflexbehandling för normalt infallande ljus. Du behöver bara ta hänsyn till en reflex i vardera ytan. Rita en figur och markera eventuella fasförskjutningar.
 - Hur stor del av den inkommande intensiteten reflekteras?

6. Koldioxidlasern var en av de första gaslaserna, och används fortfarande i stor utsträckning för materialbearbetning som exempelvis skärning, håltagning och svetsing. En koldioxidlaser som arbetar på den infraröda

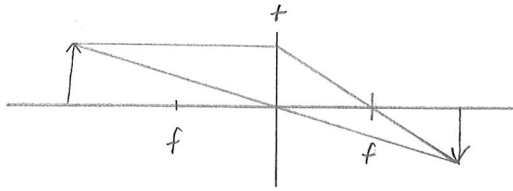


våglängden 10,6 μm , består av en 75 cm lång tub fylld med en gasblandning av koldioxid (CO_2), kväve (N_2) och helium (He). Koncentrationen av CO_2 är 10^{18} m^{-3} . Tuben placeras mellan två ändspegel. Den ena ändspegeln har 100% reflektans medan den andra har en reflektans på 95% för att koppla ut ljuset från lasern. Genom en elektrisk urladdning exciteras vibrationer i CO_2 -molekylerna via kollisioner med N_2 -molekyler. Den övre lasernivån har en livstid på 2 ms och maximum på linjeprofilen är $g(f_0)=250 \text{ ps}$. Hur stor andel av CO_2 -molekylerna måste exciteras till den övre nivån för att lasring ska vara möjlig?

7. En signal från en sändare med effekten på 2,5 mW ska skickas genom en optisk fiber. Dämpningen i fibern är 0,3 dB/km och var 5:e kilometer görs en skarv som leder till en ytterligare förlust på 0,5 dB. Både vid inkoppling från sändaren samt vid utkoppling till mottagaren sker dessutom förluster på 0,2 dB. Mottagaren behöver minst 5 μW för att fungera, så vilket är det längsta avstånd man kan ha mellan sändare och mottagare?
8. Rutil består till största delen av titanoxid (TiO_2) och är ett naturligt förekommande mineral med ovanligt högt brytningsindex. Rutil är även dubbelbrytande och vid våglängden 589,3 nm är brytningsindex längs en riktning (den optiska axeln) $n_e=2,909$ och i övriga riktningar är brytningsindex $n_o=2,613$. En polaroid (linjärpolarisator) och en tunn platta av Rutil, slipad så att den optiska axeln (med brytningsindex n_e) ligger i plattans plan, skall användas för att skapa cirkulärpolariserat ljus. Opolariserat ljus får därmed passera först genom polaroiden och sedan genom Rutil-plattan.
- Hur tjock skall Rutil-plattan minst vara om man vill att den ska fungera som en kvartsvågspatta vid en våglängd av 589,3 nm?
 - Vad skall vinkeln mellan polaroidens transmissionsaxel och Rutil-plattans optiska axel vara för att man skall kunna skapa cirkulärpolariserat ljus?

Svar och kortfattade lösningar till
tentamen i Fotonik för CD 2013-04-03

- ① a) För att vända bilden med en lins måste den vara positiv.



Svar: Linsen är positiv.

b) $f = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{2,5 \cdot 10^9} = 0,12 \text{ m}$

Avståndet mellan två noder är $\frac{\lambda}{2} = 6 \text{ cm}$

Svar: Avståndet är 6 cm

c) $I_1 = \frac{1}{2} I_0$

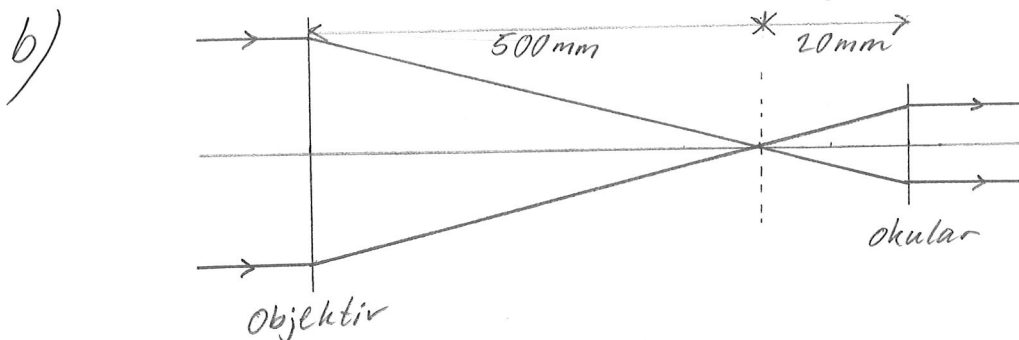
$I_2 = I_1 \cos^2 \theta = \frac{I_0}{2} \cos^2 \theta$

$\Rightarrow \frac{I_2}{I_0} = \frac{\cos^2 \theta}{2} = 0,25 \Rightarrow \theta = \arccos \sqrt{2 \cdot 0,25} = 45^\circ$

Svar: Vinkeln är 45°

② a) $G = \left| \frac{f_{ob}}{f_{ok}} \right|$ störst för $\begin{cases} f_{ob} = 500 \text{ mm} \\ f_{ok} = 20 \text{ mm} \end{cases}$

Svar: $f_1 = 500 \text{ mm}$ som objektiv ger maximal förstoring.



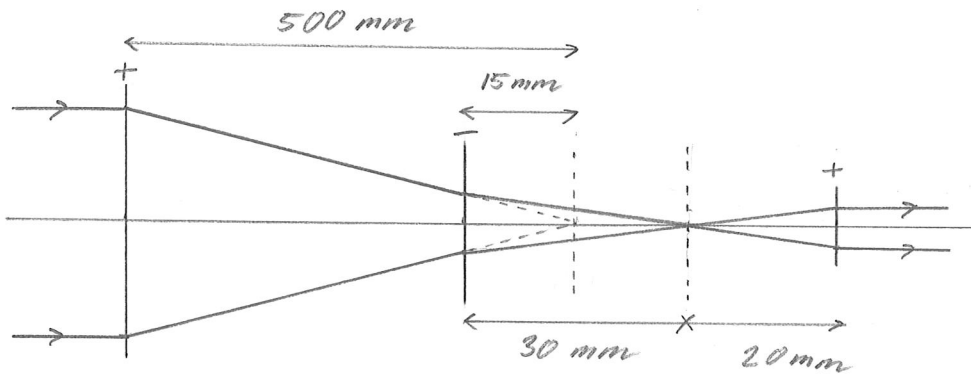
$L = 500 + 20 = 520 \text{ mm}$

Svar: Keplerkikarens längd är 520 mm.

② c) $f_3 = -30 \text{ mm}$

$$M = +2 \Rightarrow -\frac{b}{a} = 2 \Rightarrow b = -2a$$

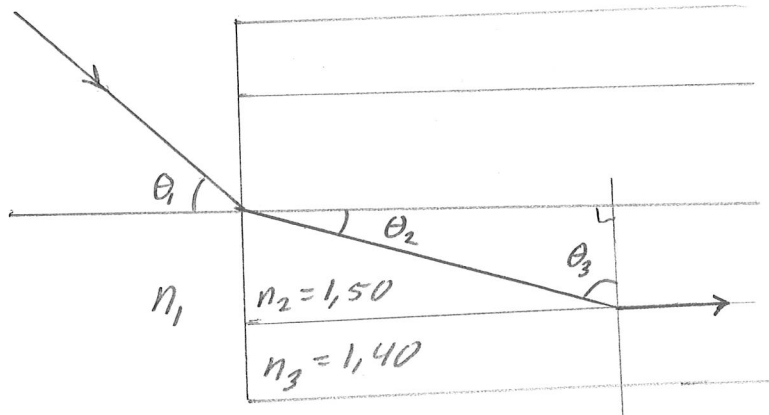
$$\frac{1}{f_3} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{2a} = \frac{1}{2a} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{f_3}{2} = -15 \text{ mm} \\ b = -2a = 30 \text{ mm} \end{cases}$$



$$L = 500 - 15 + 30 + 20 = 535 \text{ mm}$$

Svar: Kikarens längd blir 535 mm

③



Totalreflektion: $n_2 \sin \theta_3 = n_3 \sin 90^\circ = n_3$

$$\Rightarrow \theta_3 = \arcsin\left(\frac{n_3}{n_2}\right) = \arcsin\left(\frac{1,40}{1,50}\right) = 69,0^\circ$$

$$\Rightarrow \theta_2 = 90^\circ - \theta_3 = 21,0^\circ$$

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow \theta_1 = \arcsin\left(\frac{n_2 \sin \theta_2}{n_1}\right)$$

$$n_1 = 1,0 \Rightarrow \theta_1 = \arcsin(1,50 \sin 21^\circ) = 32,6^\circ$$

$$n_2 = 1,33 \Rightarrow \theta_1 = \arcsin\left(\frac{1,50 \sin 21^\circ}{1,33}\right) = 23,9^\circ$$

a) svar: Största vinkeln är $32,6^\circ$ i luft

b) svar: Största vinkeln är $23,9^\circ$ i vatten

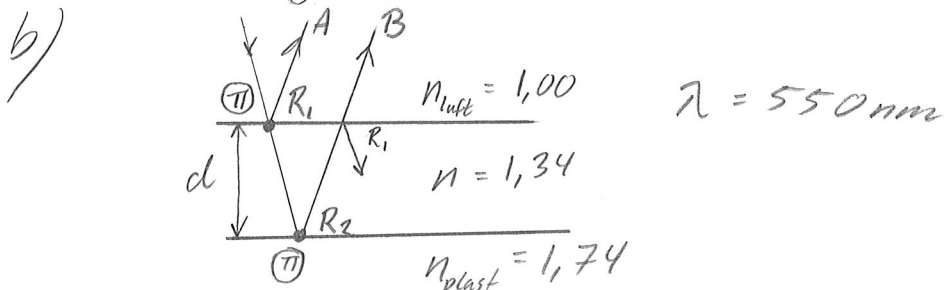
④ Rayleighs upplösningskriterium tillämpat på ögat ger

$$\theta_k = \arcsin\left(\frac{1,22\lambda}{D}\right).$$

Bra upplösning innebär liten vinkel. Om pupilldiametern D minskas försämras upplösningen. Alltså ska belysningen ökas.

⑤ a) $R = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}\right)^2$

Svar: En stor skillnad i brytningsindex ger en stark reflex.



Minimal reflex då A och B är ur fas, dvs då:

$$2nd = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow d = \frac{550 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot 1,34} = 103 \text{ nm}$$

Svar: Den minsta skiktjockleken är 103 nm

c) $R_1 = \left(\frac{1,34 - 1}{1,34 + 1}\right)^2 = 0,02111$ $R_2 = \left(\frac{1,74 - 1,34}{1,74 + 1,34}\right)^2 = 0,01687$

$$T_1 = 1 - R_1 = 0,9789$$

$$\begin{cases} I_A = R_1 I_0 = 0,02111 I_0 \\ I_B = T_1^2 R_2 I_0 = 0,01616 I_0 \end{cases}, \quad I = kE^2 \Rightarrow \begin{cases} E_A = \sqrt{0,02111} E_0 \\ E_B = \sqrt{0,01616} E_0 \end{cases}$$

$$E_{\text{tot}} = E_A - E_B = (\sqrt{0,02111} - \sqrt{0,01616}) E_0 = 0,01817 E_0$$

$$I_{\text{tot}} = (0,01817)^2 I_0 = 3,3 \cdot 10^{-4} I_0$$

Svar: 0,033% reflekteras

⑥ $\lambda = 10,6 \mu\text{m}$ $\tau = 2 \text{ ms}$ $R_1 = 1,0$
 $L = 0,75 \text{ m}$ $g(f_0) = 250 \text{ ps}$ $R_2 = 0,95$
 $N_0 = 10^{18} \text{ m}^{-3}$

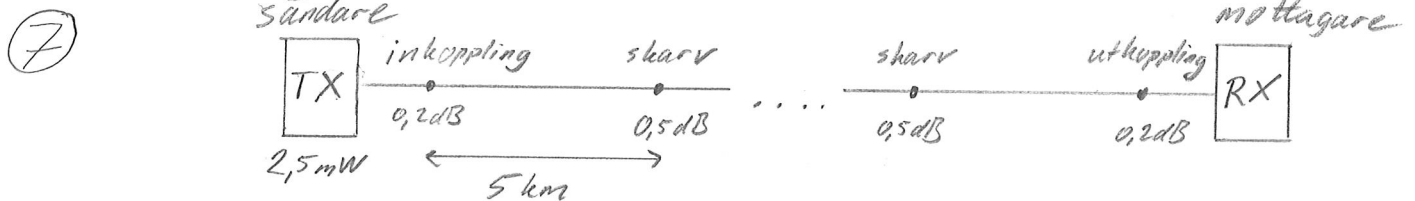
$$G = R_1 R_2 e^{2\alpha L} = 1 \Rightarrow \alpha = -\frac{\ln R_1 R_2}{2L} = -\frac{\ln 0,95}{2 \cdot 0,75} = 0,0342 \text{ m}^{-1}$$

$$\alpha = (N_2 - N_1) \frac{\lambda^2}{8\pi\tau} g(f_0) \Rightarrow N_2 - N_1 = \frac{8\pi \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 0,0342}{(10,6 \cdot 10^{-6})^2 \cdot 250 \cdot 10^{-12}} = 6,1 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-3}$$

$$\begin{cases} N_2 = x N_0 \\ N_1 = (1-x) N_0 \end{cases} \Rightarrow N_2 - N_1 = (2x-1) N_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} + \frac{N_2 - N_1}{2N_0}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} + \frac{6,1 \cdot 10^{16}}{2 \cdot 10^{18}} = 0,53$$

Svar: 53%



Dämpning i fibern: $\alpha = 0,3 \text{ dB/km}$

Skarv: 0,5 dB

5 km + skarv: $5 \cdot 0,3 + 0,5 = 2,0 \text{ dB / skarv}$

Tillåten dämpning: $10 \log\left(\frac{P_{\text{ut}}}{P_{\text{in}}}\right) = 10 \log\left(\frac{5 \cdot 10^{-6}}{2,5 \cdot 10^{-3}}\right) = -27,0 \text{ dB}$

Förluster pga in- utkoppling: $2 \cdot 0,2 = 0,4 \text{ dB}$

Dämpning i fibern: $27 - 0,4 = 26,6 \text{ dB}$

Antal skarvar: $\frac{26,6}{2,0} = 13,3 \Rightarrow 13 \text{ st} \Rightarrow 13 \cdot 5 = 65 \text{ km}$

Dämpning för 65 km fiber: $13 \cdot 2,0 = 26,0 \text{ dB}$

Återstående dämpning: $26,6 - 26,0 = 0,6 \text{ dB}$

Återstående fibrelängd: $\alpha L = 0,6 \text{ dB} \Rightarrow L = \frac{0,6}{0,3} = 2 \text{ km}$

Total längd: $65 + 2 = 67 \text{ km}$

Svar: Längsta avståndet är 67 km

8

$$\text{Rutil: } n_o = 2,613$$

$$n_e = 2,909$$

$$\lambda = 589,3 \text{ nm}$$

Fas skillnad i dubbelbrytande material

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} |n_e - n_o| \cdot d$$

För en kvartsvågsplatta gäller $\varphi = \frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow d = \frac{\lambda}{4(n_e - n_o)} = \frac{589,3 \cdot 10^{-9}}{4(2,909 - 2,613)} = 497,7 \text{ nm}$$

a) Svar: 497,7 nm

b) Svar: 45° , så att amplituderna hos den ordinära och extraordinära komponenten blir lika stora.