

# Kösystem 30 maj 2015

Tillåtna hjälpmedel: räknedosa, formelsamling (utdelad och generell av typ Tefyma)

## Uppgift 1

Ett kösystem har tre betjänare och en buffertplats. Ankomsterna bildar en poissonprocess med intensiteten  $\lambda = 10$  per sekund. Betjäningstiden är exponentialfördelad med medelvärde 0.2 sekunder.

- Rita markovkedjan som beskriver detta system.
- Beräkna tillståndssannolikheterna.
- Hur många kunder kommer i medeltal att spärras per timme?
- Hur många betjänare är i medeltal upptagna?
- Vad är medeltiden i kösystemet för en kund som inte spärras?

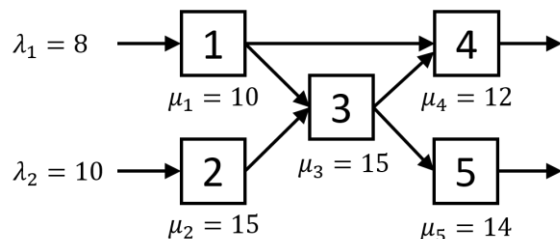
## Uppgift 2

En webbutik har  $N = 4$  kunder. Varje ledig kund skickar ett jobb till butiken med intensiteten  $\beta = 0.2$  per minut. Själva butiken modelleras som ett kösystem med två platser i bufferten och en betjänare. Betjäningstiden är exponentialfördelad med medelvärde 5 minuter.

- Vad blir sannolikheten att en kund spärras?
- Hur många kunder kommer att betjänas per timme (om man mäter under en lång tid)?
- Vad blir medeltiden i kösystemet för en kund som inte spärras?
- Vad är sannolikheten att en anländande kund kommer till ett tomt kösystem?

## Uppgift 3

Ett datorsystem kan beskrivas av könätet nedan, alla kösystemet är M/M/1-system:

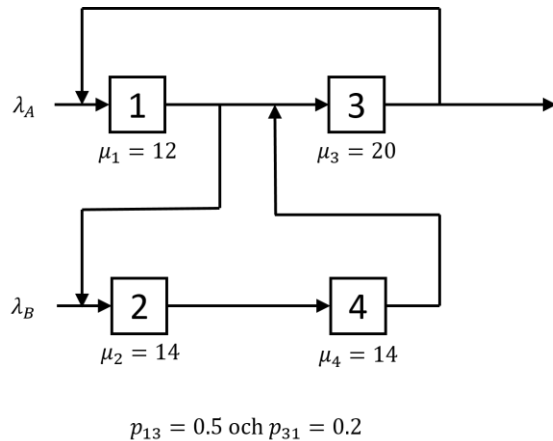


$$p_{14} = 0.5 \text{ och } p_{34} = 0.5$$

- Beräkna medelantal kunder i vart och ett av kösystemen.
- Beräkna medeltiden som en godtycklig kund tillbringar i könätet.
- Vad är medeltiden i könätet för kunder som kommer till könätet via kösystem 1?
- Vad är medeltiden i könätet för kunder som lämnar könätet via kösystem 4?
- Antag att  $\lambda_2$  får värdet 100 ( $\lambda_1$  ändras inte). Vilka kösystem i nätet blir överbelastade?

## Uppgift 4

Lös nedanstående problem för detta könät med fyra M/M/1-system:



- Vad är medeltiden för en godtycklig kund i könätet om  $\lambda_A = \lambda_B = 4$ ?
- Hur många gånger betjänas i snitt en godtycklig kund i kösystem 3 under ett besök i könätet?
- För vilka värden på  $\lambda_A$  är kösystem 1 stabilt oavsett hur stort  $\lambda_B$  är?
- Om  $\lambda_A = \lambda_B = 4$ , vad är medeltiden i könätet för en kund som kommer till könätet via kösystem nummer 1 dvs. via  $\lambda_A$ ?

## Uppgift 5

Ett M/G/1-system har betjäningstider med följande laplacetransform:

$$f^*(s) = 0.5e^{-s} + 0.5e^{-3s}$$

Ankomstintensiteten till systemet är  $\lambda = 0.4$ .

- Beräkna medelantal kunder i M/G/1-systemet.
- Beräkna medeltiden som en kund får vänta i bufferten.
- För vilka värden på  $\lambda$  är medeltiden i systemet mindre än 3?

## Uppgift 6

Ibland är inte alla betjänare lika snabba. I detta problem ska vi undersöka ett sådant fall. Ett kösystem har två betjänare och ingen buffert. Betjäningstiden är exponentialfördelad. Betjänare 1 har intensiteten  $\mu_1$  och betjänare 2 har intensiteten  $\mu_2$ . Ankomsterna är en poissonprocess med intensitet  $\lambda$ . Om bägge betjänarna är lediga när en kund kommer väljer kunden en på slump med samma sannolikhet. Är bara en ledig så väljs den naturligtvis och om bägge är upptagna så spärras kunden.

- Rita en markovkedja som beskriver systemet, använd  $\lambda$ ,  $\mu_1$  och  $\mu_2$  på bågarna. Tips: låt ett tillstånd beskrivas av två tal.
- Antag att  $\lambda \rightarrow \infty$ . Hur många kunder betjänas då per tidsenhet av systemet?

I uppgift c – d är  $\lambda = 2$ ,  $\mu_1 = 2$  och  $\mu_2 = 1$ .

- Vad blir sannolikheten att en kund spärras?
- Hur lång tid tar det i medeltal för en kund som inte spärras att bli betjänad?
- Hur många kunder per tidsenhet betjänas av betjänare 1 respektive 2?