Tentamen i

Kösystem (ETS075)

21 maj 2012, 08–13.

Department of Electrical and Information Technology
Lund University

- Tillåtna hjälpmedel: räknedosa, utdelad formelsamling, allmän formelsamling som till exempel Tefyma.
- Förklara tydligt hur du löser en uppgift, samt använd metoder du lärt dig i kursen.

Problem 1: Antag att vi kan modellera en webb-sajt med tre servrar som ett M/M/3-system med en köplats. Jobb ankommer till systemet i enlighet med en Poissonprocess med intensiteten 3 per sekund, och betjäningstiden är exponentialfördelad med medelvärdet 0.2 sekunder.

a) Rita systemets markovkedja.

b) Beräkna tillståndssannolikheterna.

c) Hur många jobb blir färdigbetjänade per minut i medel?

d) Hur lång tid har jobb som blivit betjänade fått tillbringa i kösystemet i medel?

(10 poäng)

Problem 2: Antag att vi modellerar en server som ett M/M/1 system med 3 köplatser. Antalet kunder är åtta, och varje kund genererar intensiteteten β jobb per sekund, $\beta = 1s^{-1}$, då det inte finns något jobb från kunden i systemet. Om det finns ett jobb i systemet från kunden så genererar den inte några jobb. Medelbetjäningstiden är 0.25 sekunder.

a) Hur stor del av tiden arbetar betjänaren i medel?

b) Hur stor del av tiden är kön tom i medel?

c) Bestäm anropsspärren samt hur många jobb som blir färdigbetjänade per sekund i medel?

d) Hur många jobb blir i medeltal spärrade per minut?

(10 poäng)

Problem 3: För könätet nedan gäller att $\lambda = 4\ s^{-1}$, $\mu_1 = 6\ s^{-1}$, $\mu_2 = 3\ s^{-1}$, $\mu_3 = 2\ s^{-1}$ och $\mu_4 = 8\ s^{-1}$.

Noderna 1, 2, och 3 är M/M/1 system. Nod 4 har 2 betjänare och inga köplatser.

Inkommande jobb till könätet går med sannolikheten 0.75 till nod 1 och med sannolikheten 0.25 till nod 3.

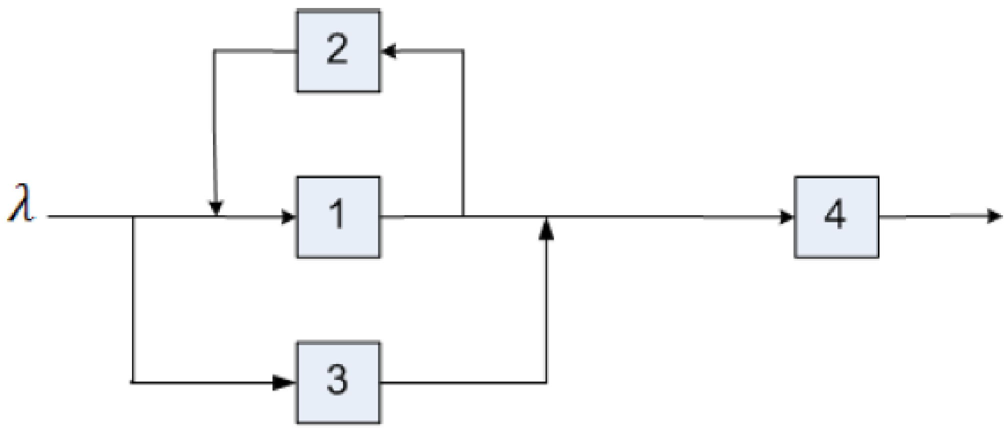
Färdigbetjänade jobb i nod 1 återkopplas till nod 2 med sannolikheten 0.2.

a) Beräkna medeltiden i var och en av noderna.

b) Hur stor andel av jobben spärras?

c) Beräkna total kötid i medel i könätet för en godtycklig kund.

d) Beräkna total betjäningstid i medel i könätet för en godtycklig kund.



(10 poäng)

Problem 4: Till könätet nedan ankommer jobb med intensiteterna λ_1 och λ_2.

När ett jobb är färdigbetjänat i nod 1 går det med sannolikheten 0.75 till nod 3.

När ett jobb är färdigbetjänat i nod 3 går det med sannolikheten 0.3 till nod 4.

Samtliga noder är $M/M/1$-system.

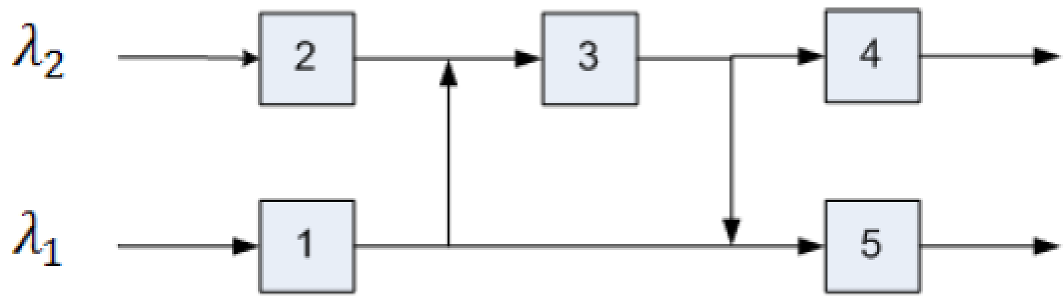
För könätet nedan gäller att $\lambda_1 = 1\ s^{-1}$, $\lambda_2 = 2\ s^{-1}$, $\mu_1 = 4\ s^{-1}$, $\mu_2 = 4\ s^{-1}$, $\mu_3 = 6\ s^{-1}$, $\mu_4 = 5\ s^{-1}$ och $\mu_5 = 5\ s^{-1}$.

a) Beräkna medelantalet jobb i var och en av noderna.

b) Betrakta de jobb som lämnar könätet via nod 5. Hur lång tid har de i medel tillbringat i könätet?

c) Betrakta de jobb som kommer till könätet via nod 1. Hur lång tid kommer de i medel att tillbringa i könätet?

d) Man vet att intensiteten λ_1 kommer att öka vissa delar av dygnet. Vilken nod riskerar att först bli instabil, och vid vilket värde på λ_1 inträffar detta?



(10 poäng)

Problem 5:

a) Antag ett stabilt $M/M/1$-system. Ankomstintensiteten är λ och betjäningsintensiteten är $\mu = 5$.

Skissa hur medeltiden T i kösystemet beror av λ.

Ge exempel på några praktiskt viktiga slutsatser som vi kan dra av denna skiss?

b) Antag ett $M/M/1$-system med K köplatser. Ankomstintensiteten är λ och betjäningsintensiteten är μ.

En person påstår att kvoten λ/μ kan beräknas med sambandet $\lambda/\mu = (1 - p_0)/(1 - p_{K+1})$.

Avgör om personen har rätt eller fel.

c) Antag en markovkedja med $L + 1$ tillstånd som har tillståndsberoende ankomstintensiteter λ_i och tillståndsberoende betjäningsintensiteter μ_i.

Beteckna med A medelvärdet av betjäningsintensiteterna.

Bestäm ett uttryck för anropsspärren där A ingår.

(10 poäng)

Problem 6: Här undersöker vi ett stabilt M/G/1 system. I detta problem är ankomstintensiteten 10 s^{-1}. För ett stabilt M/G/1 system gäller att

$N = \rho + \lambda^2 E(X^2)/(2(1 - \rho))$

där N är medelantal jobb i kösystemet.

a) Antag att betjäningstiden för varje jobb är lika med 0.02 sekunder. Hur lång tid tillbringar då jobb i kösystemet i medel?

b) Bestäm ett uttryck för hur lång tid kunder får vänta i medel i kön om betjäningstiden antar värdet x_0 med sannolikheten p_0, och värdet x_1 med sannolikheten $(1 - p_0)$.

c) Förklara varför det för M/G/1 system är rimligt, eller orimligt, att tolka ρ som medelantalet upptagna betjänare?

(10 poäng)
