Tentamen i

Kösystem (ETS075)

25 maj 2011, 08–13.

Department of Electrical and Information Technology
Lund University

- Tillåtna hjälpmedel: räknedosa, utdelad formelsamling, allmän formelsamling som till exempel Tefyma.
- Förklara tydligt hur du löser en uppgift, samt använd metoder du lärt dig i kursen.

Problem 1: Antag att vi kan modellera en webb-sajt med två servrar som ett M/M/2-system med två köplatser. Jobb ankommer till systemet i enlighet med en Poissonprocess med intensiteten 2 per sekund, och betjäningstiden är exponentialfördelad med medelvärdet 0.25 sekunder.

a) Rita systemets markovkedja.

b) Beräkna tillståndssannolikheterna.

c) Hur många servrar (betjänare) är i medeltal upptagna?

d) Hur lång tid har jobb som blivit betjänade fått tillbringa i systemet i medel?

(10 poäng)

Problem 2: Antag att vi modellerar en server som ett M/M/3 system med 1 köplats. Antalet kunder är sex, och varje kund genererar intensiteteten β jobb per sekund, $\beta = 1s^{-1}$, då det inte finns något jobb från kunden i systemet. Om det finns ett jobb i systemet från kunden så genererar den inte några jobb. Medelbetjäningstiden är 0.5 sekunder.

a) Hur stor del av tiden är kön tom i medel?

b) Hur många jobb är det oftast i kösystemet?

c) Bestäm tidsspärr och anropsspärr.

d) Hur många jobb blir i medeltal spärrade per minut?

(10 poäng)

Problem 3: För könätet nedan gäller att $\lambda_1 = 3\ s^{-1}$, $\mu_1 = 4\ s^{-1}$, $\mu_2 = 2.5\ s^{-1}$, $\mu_3 = 4\ s^{-1}$ och $\mu_4 = 2\ s^{-1}$.

Samtliga fyra noder är M/M/1 system.

Färdigbetjänade jobb i nod 1 går till nod 2 med sannolikheten 0.25.

Färdigbetjänade jobb i nod 2 och färdigbetjänade jobb i nod 3 lämnar könätet (vid A) med sannolikheten 0.4.

a) Beräkna medelantalet jobb i var och en av noderna.

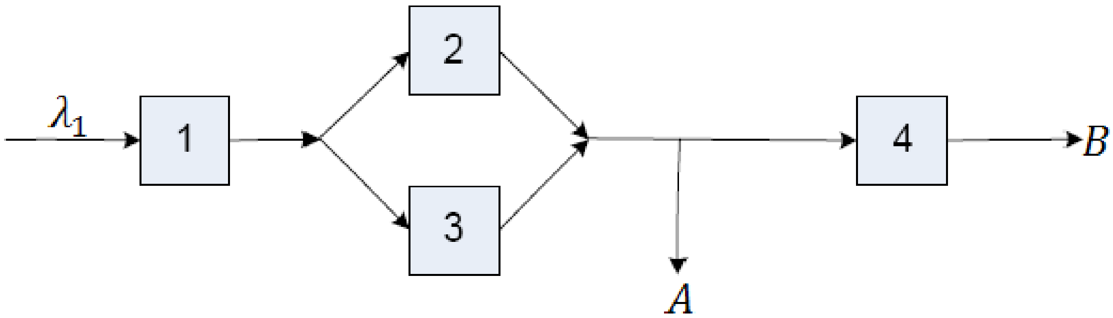
b) Betrakta jobb som lämnar könätet via B:

i) Hur lång tid har de i medel tillbringat i könätet?

ii) Hur lång tid har de i medel tillbringat i kö?

c) Hur lång tid i medel tillbringar en godtycklig kund i könätet?

d) Mellan klockan 18-23 på vardagar förväntar men sig en ökning av λ_1. Vilken nod riskerar då att först bli överbelastad (instabil).



(10 poäng)

Problem 4: Till en webserver ankommer jobb enligt en Poissonprocess med intensiteten λ. När ett jobb är färdigbetjänat i nod 1 går det med sannolikheten 0.25 till nod 2. Jobb som lämnar webservern går med sannolikheten 0.6 till nod 4.

Noderna $1, 2, 4$ är $M/M/1$-system, och nod 3 består av 3 betjänare och inga köplatser.

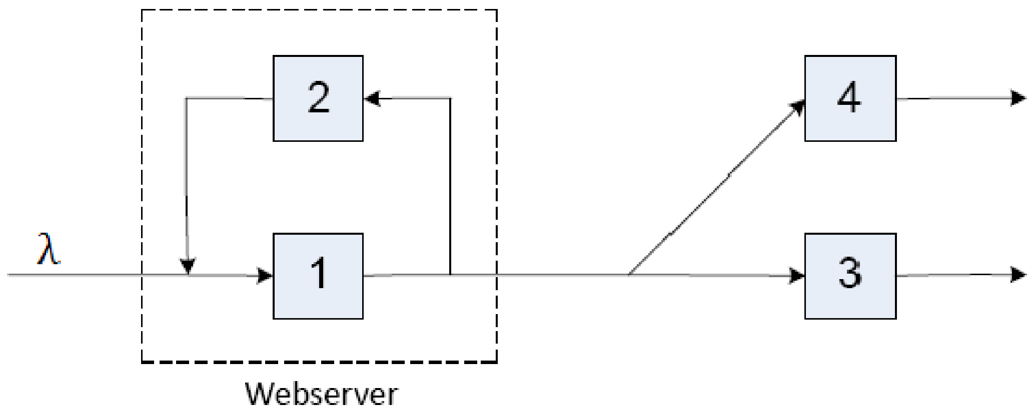
För könätet nedan gäller att $\lambda = 5\ s^{-1}$, , $\mu_1 = 10\ s^{-1}$, $\mu_2 = 7\ s^{-1}$, $\mu_3 = 0.5\ s^{-1}$ och $\mu_4 = 6\ s^{-1}$.

a) Beräkna hur många jobb som blir färdigbetjänade i nod 3 per minut i medel.

b) Bestäm medeltiden i var och en av noderna.

c) Beräkna tiden ett jobb tillbringar i kö i medel i webservern.

d) Bestäm en formel som anger sambandet mellan medeltiden i webservern (T_{web}), medeltiderna i nod 1 och nod 2 (T_1 respektive T_2) samt återkopplingssannolikheten (α).



(10 poäng)

Problem 5:

a) Antag att jobb ankommer till ett kösystem i enlighet med en Poissonprocess med intensiteten 8 per sekund, och att betjäningstiden är exponentialfördelad med medelvärdet 1/3 sekunder. Antag även att inga jobb spärras.

Ge förslag på ett lämpligt kösystem.

b) Bestäm den avverkade trafiken för ett $M/M/1$-system med K köplatser. Ankomstintensiteten är λ och betjäningsintensiteten är μ.

c) Bestäm den avverkade trafiken för ett $M/M/2$-system med K köplatser. Ankomstintensiteten är λ och betjäningsintensiteten är μ.

(10 poäng)

Problem 6: Här undersöker vi ett M/G/1 system. I detta problem är ankomstintensiteten 10 s^{-1}. För ett M/G/1 system gäller att

$N = \rho + \lambda^2 E(X^2)/(2(1-\rho))$

där N är medelantal jobb i kösystemet.

a) Antag att betjäningstiden för varje jobb är lika med 0.04 sekunder. Hur lång tid tillbringar då jobb i kösystemet i medel?

b) Bestäm ett uttryck för medelantalet jobb i kön, för de situationer då betjäningstidens varians kan betraktas som mycket liten.

c) Hur lång tid får kunder vänta i medel i kön om betjäningstiden antar värdet 0.01 med sannolikheten 0.3, värdet 0.05 med sannolikheten 0.5 och värdet 0.09 med sannolikheten 0.2.

(10 poäng)
