

# Tentamen i Kösystem, 08-03-07

Tillåtna hjälpmedel: formelsamling som lånas ut av institutionen, allmän formelsamling av typ Tefyma, räknedosa

Alla svar måste motiveras

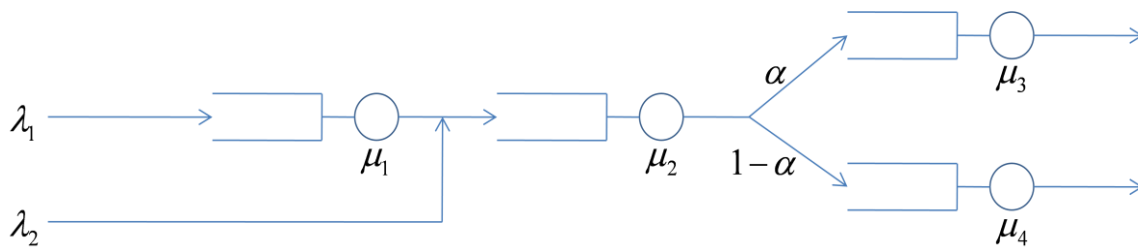
## Uppgift 1

Ett kösystem har två betjänare och två köplatser. Kundernas ankomster utgör en poissonprocess med intensitet  $\lambda = 3 \text{ s}^{-1}$ . Betjäningstiderna är exponentialfördelade med  $\mu = 3 \text{ s}^{-1}$ .

- Rita systemets markovkedja.
- Beräkna tillståndssannolikheterna det vill säga sannolikheten att det finns  $k$  kunder i kösystemet.
- Hur många kunder blir i medelantal betjänade per sekund?
- Vad är sannolikheten att en anländande kund spärras?

## Uppgift 2

För könätet nedan gäller att  $\lambda_1 = 10 \text{ s}^{-1}$ ,  $\lambda_2 = 20 \text{ s}^{-1}$ ,  $\mu_1 = 12 \text{ s}^{-1}$ ,  $\mu_2 = 40 \text{ s}^{-1}$ ,  $\mu_3 = 25 \text{ s}^{-1}$ ,  $\mu_4 = 7 \text{ s}^{-1}$  och  $\alpha = 0.8$ .



- Vad är medelantal kunder i var och en av noderna?
- Om en kund lämnar könätet via nod 3, vilken tid har den i medeltal tillbringat i könätet?
- Hur lång tid har en godtycklig kund i medel tillbringat med att vänta i köerna under sin tid i könätet?
- Anta att vi ökar  $\lambda_1$ . Vilket är det första kösystem som kommer att bli överbelastat?

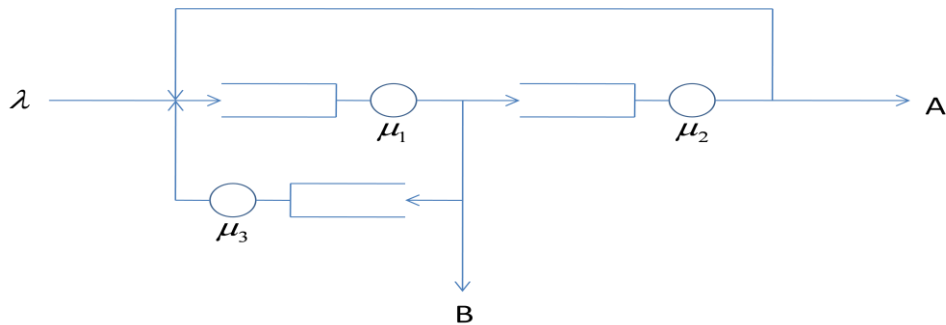
## Uppgift 3

I en cell i ett litet radionät finns 5 kunder och 3 radiokanaler. En ledig kund har ankomstintensiteten  $\beta = 0.01 \text{ s}^{-1}$  och medelbetjäningstiden är  $1/\mu = 100 \text{ s}$ . Alla tider är exponentialfördelade. Finns det ingen ledig radiokanal så spärras kunder som kommer, det vill säga det är ett upptagetsystem.

- Vad är sannolikheten att en kund spärras?
- Hur många abonnenter blir i medeltal spärrade under en timme?
- Vad är medelantal upptagna radiokanaler?
- Antag att ankomsterna bildar en Poissonprocess som alltid har intensiteten  $\lambda = 0.1 \text{ s}^{-1}$ . Betjäningstiden ändras inte. Hur många radiokanaler behövs mins för att spärren ska vara mindre än 1%?

## Uppgift 4

Betrakta följande könät:



Vi antar att  $\lambda = 1 \text{ s}^{-1}$ ,  $\mu_1 = 3 \text{ s}^{-1}$ ,  $\mu_2 = 2 \text{ s}^{-1}$ ,  $\mu_3 = 2 \text{ s}^{-1}$ . Sannolikheten att en kund som lämnar nod 1 fortsätter till nod 2 är 0.5 och att den lämnar könätet vid B är 0.2. Sannolikheten att en kund som lämnar nod 2 lämnar könätet via A är 0.6.

- Beräkna medelantal kunder i vart och ett av delsystemen.
- Vad är sannolikheten att en kund lämnar systemet vid A respektive B?
- Hur många gånger betjänas en kund i medeltal i kösystem 3 under sin tid i könätet?
- Vad är medeltiden i systemet för en kund som lämnar könätet vid A?

## Uppgift 5

För att lösa (delar av) denna uppgift behövs följande formel:

$$E(T) = E(X) + \frac{\lambda E(X^2)}{2(1 - \rho)}$$

Mätningar på ett system visar att ankomsterna bildar en poissonprocess med intensiteten  $0.5 \text{ s}^{-1}$ , att medelbetjäningstiden är 1.6 sekunder och att betjäningstidens varians är  $2 \text{ s}^2$ . Det finns en betjänares och oändligt många köplatser.

- Vad blir medeltiden för en kund i systemet?
- Man förutser att ankomstintensiteten till systemet kommer att bli 6 gånger större i en nära framtid. Det finns inte någon möjlighet att göra betjänares snabbare men man kan lägga till fler betjänares. Vilket är det minsta antal betjänares som behövs för att systemet ska vara stabilt efter den trafikökning som man väntar sig?
- Vid ett annat mättillfälle konstaterar man att ankomstprocessen är likadan som förut men att betjäningstiden med sannolikheten 0.5 är 1.2 sekunder och med sannolikheten 0.5 är den 2.0 sekunder. Vad blir nu medelväntetiden i kön?

## Uppgift 6

Till ett kösystem anländer kunder i enlighet med en Poissonprocess med intensiteten  $\lambda$ . Det finns en betjänares. Kundens betjäningstid är exponentialfördelad med medelvärdet  $1/\mu$ . Kunderna som står i kö är otåliga så med intensiteten  $\alpha$  lämnar de kön och försvinner från kösystemet.

- För vilka värden på  $\lambda$  är systemet stabilt? Stabilt = kölängden går ej mot oändligheten.
- Vad är medeltiden i systemet för en godtycklig kund?
- Vad är medeltiden i systemet för en kund som blir betjänares av betjänares?