Delprov 2 i Digital signalbehandling ETI265, VT 2013
Måndagen den 6 maj 2013 i E:A.

I kursen ges två obligatoriska **inlämningsuppgifter som kombineras med frivilliga duggor**. Inlämningsuppgifterna är **obligatoriska** och ersätter 6 timmars laboration. Varje inlämningsuppgift består av 5 problem av typ enklare tentatal. Alla 5 problemen ska lösas individuellt och det är inte tillåtet att samarbeta vid lösningen. Däremot är alla hjälpmedel tillåtna och speciellt uppmanas ni att fråga lärarna vid eventuella problem. **Samarbete är ej tllåtet.**

Problem 1 och 2 i inlämningsuppgifterna kan göras som duggor och klarad dugga (50 % rätt av uppgift 1 och 2) ger 0.5 poängs bonus till kommande tentor under ett år framåt. Deltagande i duggorna är **frivilligt men rekommenderas med eftertryck**. Duggorna rättas och återlämnas med kortare kommentarer. Eventuella felaktigheter ska korrigeras och lämnas in med resten av inlämningsuppgifterna. Om ni inte deltar i duggorna måste ni hämta ut inlämningsuppgifterna och lösa alla 5 problemen. Lösningar på problemen läggs ut på hemsidan efter respektive deadline för delmomenten.

Inlämningsuppgift 2.	Utdelas måndagen den 6 maj 2013.
	Inlämnas senast onsdagen den 15 maj 2013
	Fack för inlämningsuppgiften finns på 3-våningen, trapphus vid E:A
Dugga 2:	Måndagen den 6 maj 2013
	Rättad dugga återlämnas den 8 maj 2013

Dugga 2 består av uppgifterna 1 och 2 nedan.

Skriv kursnamn, ert namn och mailadress på inlämnade papper (första sidan).
Lösningarna till inlämningsuppgiften ska vara **lätt att följa** och **innehålla alla uträkningar.**

OBS: Ett klart svar måste anges. Använd gärna punkterna
Givet, Sökt, Lösning och Svar.
Det är både svaret och vägen fram till svaret som ska redovisas.

1. En tidsdiskret krets beskrivs av differensekvationen

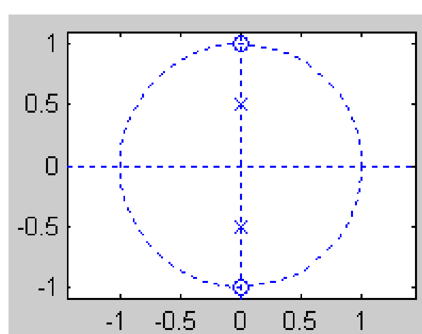
$$y(n) = 0.25\,y(n-1) + x(n)$$

a) Rita pol-nollställesdiagram för kretsen.
b) Bestäm $h(n)$ för kretsen.
c) Bestäm utsignalen $y(n)$ om $x(n) = \cos(2\pi 0.25 n)$ *för alla n*

2. Ett tidsdiskret system ges av nedanstående pol-nollställesdiagram.
För systemet gäller att

$$H(z)\,|_{z=1} = 1.$$

a) Bestäm systemfunktionen $H(z)$.
b) Skissa systemets frekvenssvar $|H(\omega)|$ för $0 \le \omega \le 2\pi$
c) Bestäm utsignalen $y(n)$ om $x(n) = \cos(2\pi 0.25 n)$ *för alla n*



Delprov 2 i Digital signalbehandling ETI265, VT 2013

Inlämningsuppgift, fortsättning. Inlämnas senast 15 maj 2013

Skriv kursnamn, ert namn och mailadress på inlämnade papper (första sidan).
Lösningarna till inlämningsuppgiften ska vara **lätt att följa** och **innehålla alla uträkningar.**
Skriv enkelsidigt och ny sida för ny uppgift.

OBS: Ett klart svar måste anges. Använd gärna punkterna Givet, Sökt, Lösning och Svar.
Det är både svaret och vägen fram till svaret som ska redovisas.

Samarbete är ej tillåtet. Fråga däremot gärna lärarna om ni får problem.

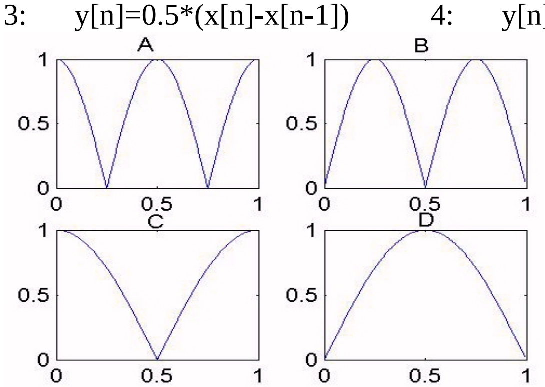
Inlämningsuppgiften **rättas och återlämnas**. Om det finns felaktigheter i era inlämningsuppgifter får ni chans att muntligt komplettera detta före kursens slut.

OBS: Glöm inte att hämta ut den rättade inlämningsuppgiften.

Tips: Skriv gärna först ner definitionerna på tex Fouriertransform, z-transform och faltning.

3. a) Nedan ges 4 in-utsignalsamband och 4 beloppsspektra $|H(f)|$.
Para ihop respektive inutsignalsamband med rätt spektrum $|H(f)|$.

1: y[n]=0.5*(x[n]-x[n-2]), 2: y[n]=0.5*(x[n]+x[n-2])
3: y[n]=0.5*(x[n]-x[n-1]) 4: y[n]=0.5*(x[n]+x[n-1])



b) Låt insignalen till systemen i a) vara $x(n) = 1 + \cos(2\pi\frac{1}{4}n) + \cos(2\pi\frac{1}{2}n)$ *för alla n*

Bestäm utsignalen från system 1 i a).

4. En tidsdiskret krets är given enligt

$$H(z) = \frac{1 - z^{-1}}{1 - z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-2}}$$

Insignalen *x(n)* är $x(n)=\sin(\pi/4\ n)\ u(n)$.

a) Bestäm kretsens differensekvation och impulssvar.

b) Bestäm den stationära delen av utsignalen *y(n)*, $n \geq 0$.

5. En tidsdiskret krets beskrivs av differensekvationen

$$y(n) = -0.5\ y(n-1) + x(n)\ -0.5\ x(n-1)$$

a) Bestäm $H(z)$ för kretsen..

b) Bestäm och plotta kretsens poler och nollställen.

c) Bestäm utsignalen $y(n)$ om $x(n) = 0.5^n\ u(n) + \sin(2\pi\, 0.25 n)$ *för alla n* .

Lösningar till Delprov 2 i Digital signalbehandling ETI265, VT 2013

1. Givet: $y(n) = 0.25\ y(n-1) + x(n)$

Sökt: a) Bestäm pole-zero plot

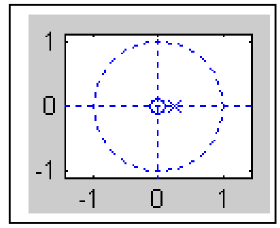
b) Bestäm $h(n)$ för kretsen.

c) Bestäm $y(n)$ om $x(n) = \cos(2\pi 0.25 n)$ *för alla* n om $a = 0.5$

Lösning: a,b,c)

$$Y(z) = 0.25\ z^{-1}Y(z) + X(z) \quad ger$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{1-0.25z^{-1}} = \frac{z}{z-0.25}$$



$$pol: p_1 = 0.25$$

$$nollställe: \quad z = 0$$

$$h(n) = 0.25^n\ u(n)$$

$$x(n) = \cos(2\pi 0.25 n) \quad för\ alla\ n \text{ ger}$$

$$y(n) = |H(\omega)|_{\omega=2\pi 0.25} \cos(2\pi 0.25 n + \arg\{H(\omega)|_{\omega=2\pi 0.25}\}) \quad för\ alla\ n$$

$$H(\omega)|_{\substack{\omega=\pi/2\\ z=j\\ a=0.5}} = \frac{1}{1-0.25e^{-j2\pi 0.25}} = \frac{1}{1+0.25j} = \frac{4}{\sqrt{17}}e^{-j\arctan(0.25)} = 0.97e^{-j0.245}$$

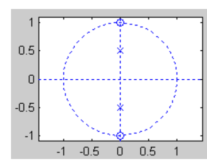
Svar: $$y(n) = \frac{4}{\sqrt{17}}\cos(2\pi 0.25 n - \arctan(0.25)) \quad för\ alla\ n$$

2a. Givet: System bestämt av pole-zero plot och $H(z)|_{z=1} = 1$

Sök: a) Bestäm systemfunktionen $H(z)$.

b) Skissa $|H(\omega)|$ för $0 \le \omega \le 2\pi$

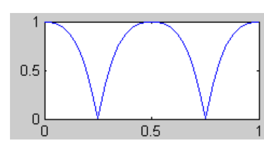
c) Bestäm $y(n)$ om $x(n) = \cos(2\pi 0.25 n)$ *för alla* n



Lösning: a)

$$H(z) = konst\frac{1+z^{-2}}{1+0.25z^2}$$

$$H(z)|_{z=1} = konst\frac{1+z^{-2}}{1+0.25z^2}|_{z=1} = \frac{2}{5/4} = 8/5 \quad ger\ k = 5/8$$



b) Plotta tex i Matlab

c) $$x(n) = \cos(2\pi 0.25 n) \quad för\ alla\ n \text{ ger}$$

$$y(n) = |H(\omega)|_{\omega=2\pi 0.25} \cos(2\pi 0.25 n + \arg\{H(\omega)|_{\omega=2\pi 0.25}\}) \quad för\ alla\ n$$

Direkt från figur eller

$$H(\omega)|_{\omega=\pi/2} = 5/8\frac{1+e^{-j\omega 2}}{1+0.25e^{-j\omega 2}}|_{\omega=\pi/2} = 5/8\frac{1-1}{1-0.25} = 0$$

får vi $y(n) = 0$ *för alla* n

3. **Givet:** a) Differensekvationer och grafer över spektra

Sökt: a) Kombinera differensekvationer med beloppsspektra.

b) Utsignal då $x(n) = 1 + \cos(2\pi\frac{1}{4}n) + \cos(2\pi\frac{1}{2}n)$ $\quad$ *för alla* n.

Lösning: a) Svar: 1 B 2 A 3 D 4 C

b) $$x(n) = 1 + \cos(2\pi\frac{1}{4}n) + \cos(2\pi\frac{1}{2}n) \quad \textit{för alla } n$$

ger (figur B) $y_1(n) = \cos(2\pi\frac{1}{4}n)$ $\quad$ *för alla* n $\quad$ (*system* 1)

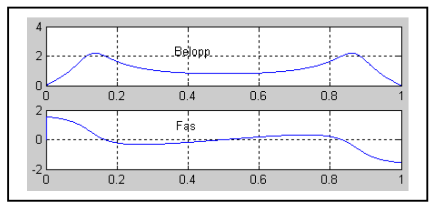
4 Givet: $$H(z) = \frac{1 - z^{-1}}{1 - z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-2}}$$ och *x(n)=sin(π/4 n) u (n).*

Sökt: a) Kretsens differensekvation och impulssvar.

b) Stationära delen av utsignalen *y(n), n ≥ 0.*

Lösning:

$$H(z) = \frac{1 - z^{-1}}{1 - z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-2}} = \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{1}{\sqrt{2}}z^{-1} - \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{1}{\sqrt{2}}z^{-1}}{1 - 2\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{1}{\sqrt{2}}z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-2}}$$



a) Impulssvar: $h(n) = (\frac{1}{\sqrt{2}})^n(\cos(\frac{\pi}{4}n) - \sin(\frac{\pi}{4}n))u(n)$

Diff ekv: $$y(n) - y(n-1) + \frac{1}{2}y(n-2) = x(n) - x(n-1)$$

b) $x(n) = \sin(\pi/4\ n))$ ger $y(n) = |H(z)|_{z=e^{j\pi\,0.25}} \sin(\pi/4\ n + \arg\{\ldots\})$

$H(z)|_{z=e^{j\pi\,0.25}} = 2.13e^{j0.56.}$ $\qquad$ och $y(n) = 2.13\sin(\pi/4n + 0.56)$

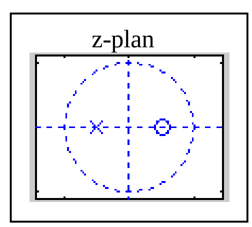
5 Givet: $$y(n) = -\frac{1}{2}y(n-1) + x(n) - \frac{1}{2}x(n-1) \qquad 0 < a < 1$$

Sök: a) $H(z)$

b) Plotta poler och nollställen.

c) Bestäm $y[n]$ om $x[n] = \underbrace{0.5^n\,u(n)}_{x\,[n]} + \underbrace{\sin(2\pi\,0.25n)}_{x_2[n]}$ $\quad$ *för alla* n

Svar: a) $H(z) = \dfrac{1 - 0.5z^{-1}}{1 + 0.5z^{-1}}$ $\quad X_1(z) = \dfrac{1}{1 - 0.5z^{-1}}$



b) Poler $p_1 = -0.5$, Nollställe $n_1 = 0.5$, Rita figur

c) $Y_1(z) = \dfrac{1 - 0.5z^{-1}}{1 + 0.5z1}\ \dfrac{1}{1 - 0.5z^{-1}} = \dfrac{1}{1 + 0.5z^{-1}}$ $\quad y_1(n) = (-0.5)^n\ u(n)$

$$H(\hat{\omega})|_{\omega=\pi/2} = \frac{1 - 0.5e^{-j\pi/2}}{1 + 0.5e^{-j\pi/2}} = \frac{1 + j\,0.5}{1 - j\,0.5} = e^{j\arctan(4/3)}$$

$$y_2(n) = |H(\hat{\omega})|_{\omega=\pi/2} \sin(2\pi\,0.25 + \arg\{H(\hat{\omega})|_{\omega=\pi/2}\}) = \sin(2\pi\,0.25 + \arctan(4/3))$$

$$y(n) = y_1(n) + y_2(n) = (-0.5)^n\ u(n) + \sin(2\pi\,0.25 + a\underbrace{\mathrm{rctan}(4/3)}) $$