Delprov i Digital signalbehandling ETI265, VT 2013

Måndagen den 15 april 2013 i E:A.

I kursen ges två obligatoriska **inlämningsuppgifter som kombineras med frivilliga duggor**.

Inlämningsuppgifterna är **obligatoriska** och ersätter 8 timmars laboration. Varje inlämningsuppgift består av 5 problem av typ enklare tentatal. Alla 5 problemen ska lösas individuellt och det är inte tillåtet att samarbeta vid lösningen. Däremot är alla hjälpmedel tillåtna och speciellt uppmanas ni att fråga lärarna vid eventuella problem. **Samarbete är ej tllåtet.**

Problem 1 och 2 i inlämningsuppgifterna kan göras som duggor och klarad dugga (50 % rätt av uppgift 1 och 2) ger 0.5 poängs bonus till kommande tentor under ett år framåt. Deltagande i duggorna är **frivilligt men rekommenderas med eftertryck**. Duggorna rättas och återlämnas med kortare kommentarer. Eventuella felaktigheter ska korrigeras och lämnas in med resten av inlämningsuppgifterna. Om ni inte deltar i duggorna måste ni hämta ut inlämningsuppgifterna och lösa alla 5 problemen. Lösningar på problemen läggs ut på hemsidan efter respektive deadline för delmomenten.

Inlämningsuppgift 1.	Utdelas måndagen den 15 april 2013.
	Inlämnas senast onsdagen den 24 april 2013.
	Fack för inlämningsuppgiften finns på 3-våningen, trapphus vid E:A
Dugga:	Måndagen den 15 april 2013
	Rättad dugga återlämnas 17 april 2013

Dugga 1 består av uppgifterna 1 och 2 nedan.

Skriv kursnamn, ert namn och mailadress på inlämnade papper (första sidan).
Lösningarna till inlämningsuppgiften ska vara **lätt att följa** och **innehålla alla uträkningar.**
OBS: **Ett klart svar måste anges. Använd gärna punkterna**
Givet, Sökt, Lösning och Svar.
Det är både svaret och vägen fram till svaret som ska redovisas.

Tips: Skriv gärna först ner definitionerna på tex z-transform och faltning.

1. Bestäm utsignalen $y(n) = h(n) * x(n) = \sum_k h(k)\, x(n-k)$ för nedanstående exempel på *x(n)* och *h(n)*.

   a) $h(n) = \{\underset{\uparrow}{1}\ \ 0\ \ 0\ \ 1\}$ och $x(n) = \{\underset{\uparrow}{0}\ \ 1\ \ 2\ \ 1\}$

   b) $x(n) = u(n)$ och $h(n) = 2\,(\frac{1}{3})^n\ u(n)$

2. En krets ges av dess impulssvar $h(n)$

   a) Bestäm $H(z)$ för $h(n) = u(n)$ med hjälp av definitionen för z-transform.

   b) Bestäm $H(z)$ för $h(n) = u(n-1)$ med hjälp av definitionen för z-transform.

   c) Bestäm $H(z)$ för $h(n) = u(n) - u(n-2)$.

Delprov i Digital signalbehandling ETI265, VT 2013

Inlämningsuppgift, fortsättning . Inlämnas senast 24 april 2013

Skriv kursnamn, ert namn och mailadress på inlämnade papper (första sidan).
Lösningarna till inlämningsuppgiften ska vara **lätt att följa** och **innehålla alla uträkningar.**
Skriv enkelsidigt och ny sida för ny uppgift.

OBS: **Ett klart svar måste anges. Använd gärna punkterna**
Givet, Sökt, Lösning och Svar.
Det är både svaret och vägen fram till svaret som ska redovisas.

Samarbete är ej tllåtet. Fråga däremot gärna lärarna om ni får problem.
Inlämningsuppgiften **rättas och återlämnas**. Om det finns felaktigheter i era inlämningsuppgifter får ni chans att muntligt komplettera detta före kursens slut.
OBS: Glöm inte att hämta ut den rättade inlämningsuppgiften.
Tips: Skriv gärna först ner definitionerna på tex Fouriertransform, z-transform och faltning.

3. Bestäm invers z-transform av nedanstående signaler.

a) $H(z) = 1 + 4z^{-2} + z^{-4}$

b) $H(z) = \dfrac{2}{1 + \frac{1}{4} z^{-2}}$ c) $H(z) = \dfrac{2}{1 - \frac{1}{4} z^{-2}}$

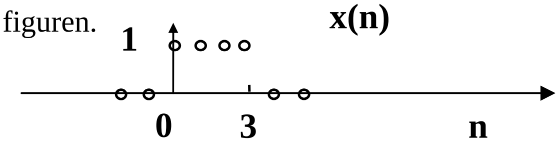
4 a) Beräkna fouriertransformen $X(f)$ för $x(n) = \{1 \quad 4 \quad 1\}$
Utnyttja Eulers formel vid förenklingarna.

b) Beräkna utsignalen *y(n)* genom att beräkna faltningen $y(n) = h(n) * x(n)$ med $h(n)$, $x(n)$ givna nedan.

$$x(n) = (\frac{1}{2})^n \; u(n), \qquad h(n) = (\frac{1}{3})^n \; u(n)$$

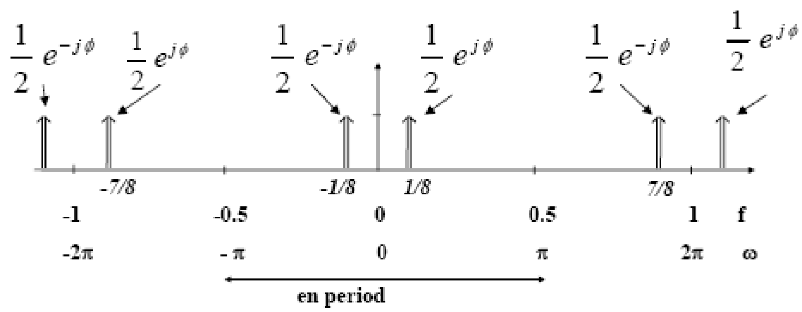
c) Beräkna utsignalen *y(n) med* hjälp av Z-transform för $h(n)$, $x(n)$ givna 4b.

5) a) En tidsdiskret puls *x(n)* är given enligt figuren.



Beräkna spektrum $X(f)$ utgående från definitionen på fouriertransform och svara med $X(f)$ uttryck i **polära koordinater**. Plotta sedan amplitudspektrum $|X(f)|$ för signalen för frekvensintervallet $-1 < f < 1$. Gradera axlarna.

b) En reell signal *x(n)* är beskrivet av dess spektrum *X(f)* enligt figuren. Bestäm *x(n).*



Svar till delprov i Digital signalbehandling ETI265, VT 2013

1. Givet: $h(n)$ *och* $x(n)$

Sök: Utsignalen $y(n) = h(n) * x(n) = \sum_k h(k)\, x(n-k)$ för

a) $h(n) = \{\underset{\uparrow}{1}\ \ 0\ \ 0\ \ 1\}$ och $x(n) = \{\underset{\uparrow}{0}\ \ 1\ \ 2\ \ 1\}$.

b) $h(n) = 2(\frac{1}{3})^n\ u(n)$ och $x(n) = u(n)$.

Lösning: a) Grafisk falting ger $y[n] = \{\underset{\uparrow}{1}\ \ 0\ \ 0\ \ 1\} * \{\underset{\uparrow}{0}\ \ 1\ \ 2\ \ 1\} = \{0\ \ 1\ \ 2\ \ 1\ \ 1\ \ 2\ \ 1\}$

b) $y(n) = \sum_{k=0}^{n} (1)^k\, 2(\frac{1}{3})^{n-k} = 2(\frac{1}{3})^n \sum_{k=0}^{n} 3^k = \frac{1-3^{n+1}}{1-3} = 3 - (\frac{1}{3})^n \qquad n \geq 0$

2. Givet: a) $h(n) = u(n)$ b) $h(n) = u(n-1)$ c) $h(n) = u(n) - u(n-2) = \{1\ \ 1\}$

Sök: a,b) $H(z)$ från definitionen c) $H(z)$

Lösning a) $H(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \underbrace{h(n)}_{1} z^{-n} = \frac{1}{1-z^{-1}}$

b) $H(z) = \sum_{n=0}^{\infty} h(n) z^{-n} = \sum_{n=1}^{\infty} u(n-1) z^{-(n-1)} z^{-1} = \frac{z^{-1}}{1-z^{-1}}$

c) $H(z) = \frac{1}{1-z^{-1}} - \frac{z^{-2}}{1-z^{-1}} = 1 + z^{-1}$

3. Givet: a) $H(z) = 1 + 4z^{-2} + z^{-4}$

b) $H(z) = \frac{2}{1 + \frac{1}{4} z^{-2}}$, c) $H(z) = \frac{2}{1 - \frac{1}{4} z^{-2}}$

Sökt: Inverstransform

Lösning: a) FIR-filter ger direkt $h(n) = \{\underset{\uparrow}{1},\ 0,\ 4,\ 0,\ 1\} = \delta(n) + 4\delta(n-2) + \delta(n-4)$

b) Kolla om reella eller komplexa rötter till nämnaren

$z^2 + 0.25 = 0$ *ger* $p_{1,2} = \pm j\,\frac{1}{2} = \frac{1}{2} e^{\pm j\pi/2}$ (komplexa $\Rightarrow$ tabell direkt)

$$H(z) = \frac{2}{1 + \frac{1}{4} z^{-2}} = 2\ \left(\frac{1 - r\ \cos(\beta)\, z^{-1}}{1 \underbrace{-2r\ \cos(\beta)}_{0} z^{-1} + \underbrace{r^2}_{0.25} z^{-2}} + \frac{r\ \cos(\beta)\, z^{-1}\ \frac{\sin(\beta)}{\sin(\beta)}}{1 - 2r\ \cos(\beta)\, z^{-1} + r^2 z^{-2}} \right)$$

ger $r = 0.5$, $\cos(\beta) = 0$; $\beta = \pi/2$, $f = 2\pi \frac{1}{4}$, $\sin(\beta) = 1$

$h(n) = 2 \cdot 0.5^n \cos(2\pi/4\ n)\ u(n)$

c) Kolla om reella eller komplexa rötter

$z^2 - \frac{1}{4} = 0$ *ger* $p_1 = -0.5$, $p_2 = +0.5$ (reella $\Rightarrow$ part.uppdelning)

$$H(z) = \frac{2}{1 - \frac{1}{4} z^{-2}} = \frac{A}{1 + \frac{1}{2} z^{-1}} + \frac{B}{1 - \frac{1}{2} z^{-1}} \quad ; \quad A = 1 \qquad B = 1$$

och $h(n) = (-0.5)^n\, u(n) + (0.5)^n\, u(n)$

4. a) Givet: $x(n) = \{1 \quad 4 \quad 1\}$

Sökt: Beräkna fouriertransformen $X(f)$

b,c) Givet: $x(n) = (\frac{1}{2})^n \; u(n)$, $h(n) = (\frac{1}{3})^n \; u(n)$

Sökt: b) y(n) med faltningen $y(n) = h(n) * x(n) = \sum_k h(k)\, x(n-k)$.

c) y(n) med Z-transform $Y(z) = H(z)X(z)$ och *y(n)* är invers z-transform av *Y(z)*

Svar: a) $H(\omega) = (4 + 2\cos\omega)\; e^{-j\,\omega}$

b) Falta formelmässigt

$$y(n) = \sum_k h(k)\,x(n-k) = \sum_{k=0}^{n} (\frac{1}{3})^k (\frac{1}{2})^{n-k} = (\frac{1}{2})^n \sum_{k=0}^{n} (\frac{2}{3})^k =$$

$$= (\frac{1}{2})^n \frac{1-(\frac{2}{3})^{n+1}}{1-\frac{2}{3}} = 3\,(\frac{1}{2})^n - 2\,(\frac{1}{3})^n \qquad \textit{för} \;\; n \ge 0$$

c) $$Y(z) = H(z)X(z) = \frac{1}{1-\frac{1}{3}z^{-1}} \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} = \frac{-2}{1-\frac{1}{3}z^{-1}} + \frac{3}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$$

$$y(n) = 3\,(\frac{1}{2})^n - 2\,(\frac{1}{3})^n \qquad \textit{för} \;\; n \ge 0$$

5. Svar: Se föreläsningsanteckningarna.

a) $$X(f) = 4\frac{\sin(2\,\pi\;f\,\frac{4}{2})}{4\sin(2\pi\;f\;\frac{1}{2})}\; e^{-j\,2\pi\,f\,\frac{3}{2}}$$

b) Se föreläsning 1

$$x(n) = \underbrace{\frac{1}{2}e^{-j\phi}}_{komplex\;\;amp} \; e^{-j2\pi\frac{1}{8}n} + \underbrace{\frac{1}{2}e^{j\phi}}_{komplex\;\;amp} \; e^{j2\pi\frac{1}{8}n} = \cos(2\pi\frac{1}{8}n+\phi)$$