

Tentamen i Fotonik - 2013-08-26, kl. 08.00-13.00

FAFF25 - Fysik för C och D, Delkurs i Fotonik

- **Tillåtna hjälpmedel:** Miniräknare, godkänd formelsamling (t ex TeFyMa), utdelat formelblad.
- **OBS! Mobiltelefon** får ej finnas i fickan eller framme på bordet!
- Börja varje ny uppgift på ett nytt blad och skriv bara på en sida av pappret.
- Skriv namn på varje blad och numrera sidorna i övre högra hörnet.
- Lösningarna ska vara renskrivna och väl motiverade. Uppgifter utan svar ger inte full poäng!
- Varje korrekt löst uppgift ger 3 poäng efter en helhetsbedömning. För godkänt krävs minst 12 poäng.

1. I en sfärisk akvarieskål med radien 20 cm simmar en liten fisk. Bredvid skålen sitter en katt och betraktar fisken med välbehag. Vattnets brytningsindex är 1,33.

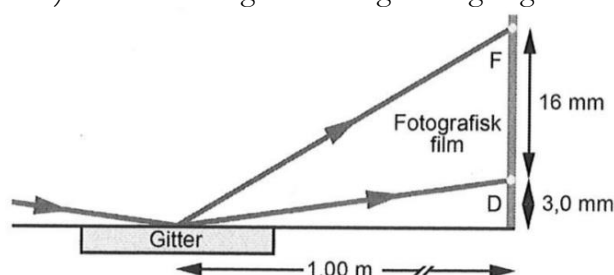


- Var finns bilden av fiskens öga när ögat är mitt i skålen?
- Från skålen betraktar fisken katten. Om kattens ögon är 20 cm ifrån skålens yta, var finns då bilden av dem?

2. Om man vill titta på solen kan man förse ett normalställt teleskop med gråfilter, så att ljusintensiteten blir tillräckligt låg för att inte skada ögonen. Ett annat sätt är att låta teleskopets okular skapa en bild på en skärm, och sedan studera bilden av solen på skärmen. För att titta på Venuspassagen som inträffade sommaren 2012 användes ett spegelteleskop. Teleskopets spegel (objektivet) hade krökningsradien 2,0 m och okularets brännvidd var 25 mm.



- Hur stor vinkelförstoring gav teleskopet när det var normalställt? (Normalställd betyder att parallellt ljus in i teleskopet ger parallellt ljus ut.)
 - Bilden av solskivan projicerades på en skärm. När bilden av solen var skarp på skärmen var avståndet mellan okularet och skärmen 74 cm. Hur långt hade okularet flyttats i förhållande till det normalställda läget?
 - Spegelns (objektivets) bild av solen hade diametern 9,25 mm. Hur stor var bilden av solen på skärmen (74 cm från okularet)?
3. Med hjälp av ett reflektionsgitter vill man bestämma våglängden hos röntgenstrålning. Man vet att när ljus från en kadmiumlampa med våglängden 643,87 nm infaller vinkelrätt mot gittret avböjs första ordningen $39,408^\circ$. För att röntgenstrålning ska reflekteras måste man utnyttja strykande infall. Den direkt reflekterade strålen ($m = 0$) ger svärtning vid D och första ordningen vid F (se figuren). Beräkna röntgenstrålningens våglängd!



4. *Diskussionsuppgift.*

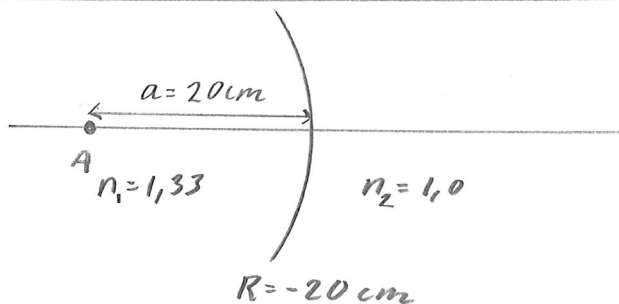
Det finns två olika sätt att reflektionsfritt ($T = 100\%$) skicka ljus genom en glasyta som befinner sig i luft. Det ena sättet är att antireflexbehandla ytan. Vilket är det andra? Rita en bild och förklara!

5. Vid rengöring av optiska komponenter med hjälp av aceton ser man ibland interferens i tunna skikt. Anta att ett jämntjockt tunt acetonskikt är utbrett på en plan glasplatta. När vitt ljus infaller vinkelrätt mot glasplattan får man ljusmaximum för 700 nm och ljusminimum för 600 nm.
- Hur tjockt är acetonskiktet om $n_{\text{glas}} = 1,50$ och $n_{\text{aceton}} = 1,25$?
 - Hur stor del av det infallande ljuset med våglängden 600 nm reflekteras? Ta bara hänsyn till en reflektion i vardera gränssytan.
6. En lupp är märkt 8X och har linsdiametern 23 mm. Luppen används på normalt sätt, dvs föremålet placeras i brännpunktsplanet.
- Vilken brännvidd har luppen?
 - Beräkna den minsta sträcka x som luppen kan upplösa med ljus mitt i det synliga området. Rita en figur och sätt ut dina beteckningar.
7. Vid brytning i en yta säger Fermats princip att ljuset går den snabbaste vägen mellan två punkter på vardera sidan om gränssytan. Utnyttja Fermats princip för att härleda brytningslagen! *Ledning:* Teckna (allmänt) tiden det tar för ljuset att gå från en punkt på ena sidan om en plan gränssyta till en punkt på andra sidan ytan. Bestäm sedan ett minimum hos tidsfunktionen.
8. Du har kommit över 10 m fiber av märket Ericsson (se tabellen) och en kontinuerlig diodlaser med våglängden 850 nm, en uteffekt på 2,0 mW och en stråldiameter på 3,0 mm.
- Om du vill använda en lens för att fokusera ljuset från lasern in i fibern, vilken är den kortaste brännvidd linsen kan ha utan att du får förluster i form av ljus som läcker ut till fiberns mantel? Fokuseringen sker i luft.
 - Hur stor effekt kommer ljuset som kopplas ut ur fibern att ha? Ta hänsyn både till reflektionsförluster och dämpning i fibern. Glasets i fiberns kärna har brytningsindex 1,52 och du får försumma förluster i linsen.

Manufacturer	ITT	Ericsson	Quartz & Silice
Type	Step-index	Step-index	Step-index
Core/cladding diam. μm	100/140	100/140	600/780
Material	quartz/quartz	glass/glass	quartz/plastic
Outer diameter mm	2,5	0,3	1,1
$\alpha(850 \text{ nm}) \text{ dB/km}$	10	15	12
Bandwidth MHz·km	15	15	9
Numerical aperture	0,27	0,31	0,40

Svar och kortfattade lösningar till tentamen
i Fotonik för CD 2013-08-26

① a)



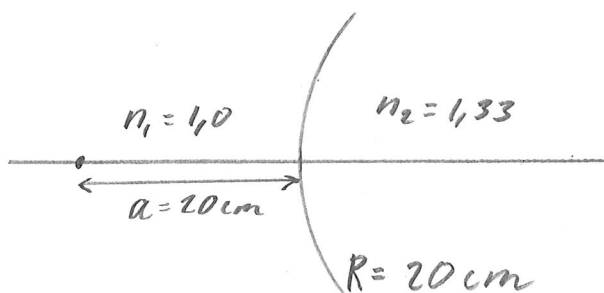
Brytning i sfärisk yta: $\frac{n_1}{a} + \frac{n_2}{b} = \frac{n_2 - n_1}{R}$

$$\Rightarrow b = \frac{n_2}{\frac{n_2 - n_1}{R} - \frac{n_1}{a}}$$

$$\begin{cases} a = 20 \text{ cm} \\ R = -20 \text{ cm} \\ n_1 = 1,33 \\ n_2 = 1,0 \end{cases} \Rightarrow b = \frac{1,0}{\frac{1,0 - 1,33}{-20} - \frac{1,33}{20}} = -20 \text{ cm}$$

Svar: Mitt i skålen.

b)



$$\begin{cases} a = 20 \text{ cm} \\ R = 20 \text{ cm} \\ n_1 = 1,0 \\ n_2 = 1,33 \end{cases} \Rightarrow b = \frac{1,33}{\frac{1,33 - 1,0}{20} - \frac{1,0}{20}} = -40 \text{ cm}$$

Svar: 60 cm från skålens centrum

$$\textcircled{2} \quad a) \quad f_{ob} = -\frac{R}{2} = 1,0 \text{ m}$$

$$f_{ok} = 25 \text{ mm}$$

$$G = \left| \frac{f_{ob}}{f_{ok}} \right| = 40$$

Svar: $G = 40$

$$b) \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f_{ik}} \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{0,74} = \frac{1}{0,025}$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{\frac{1}{0,025} - \frac{1}{0,74}} = 0,02587 \text{ m}$$

$$\Delta x = a - f = 0,87 \text{ mm}$$

Svar: $0,87 \text{ mm}$

$$c) \quad M = -\frac{b}{a} = -\frac{0,74}{0,0254} = 28,6 \quad Y_{ok} = Y_{ob} \cdot M = 9,25 \cdot 28,6 = 265 \text{ mm}$$

Svar: 265 mm

$$\textcircled{3} \quad \text{Gitter: } d(\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1) = m\lambda$$

Kadmiumlampan: $\alpha_1 = 0^\circ$; $\alpha_2 = 39,408^\circ$; $m = 1$; $\lambda = 643,87 \text{ nm}$

$$\Rightarrow d = \frac{643,87 \cdot 10^{-9}}{\sin 39,408^\circ} = 1,0142 \mu\text{m}$$

Röntgenljuset:

$$\alpha_1 = 90^\circ - \arctan\left(\frac{0,003}{1,0}\right) = 89,83^\circ$$

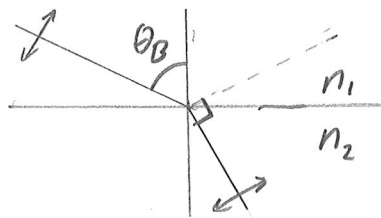
$$\alpha_2 = 90^\circ - \arctan\left(\frac{0,019}{1,0}\right) = 88,91^\circ$$

$$m = -1$$

$$\Rightarrow \lambda = -1,0142 \cdot 10^{-6} (\sin 88,91^\circ - \sin 89,83^\circ) = 1,8 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

Svar: $0,18 \text{ nm}$

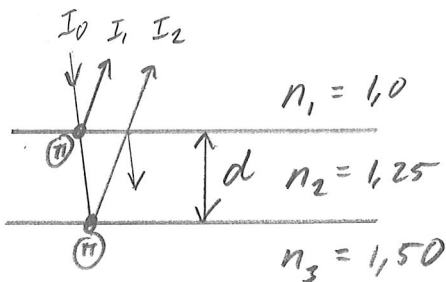
④



$$\theta_B = \arctan\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

Planpolariserat ljus som infaller i Brewstervinkel mot en glasyta transmittteras till 100% om polarisationen är parallell med det plan som bildas av den infallande och den brutna strålen.

⑤



$$\lambda_1 = 700 \text{ nm} \rightarrow \text{max}$$

$$\lambda_2 = 600 \text{ nm} \rightarrow \text{min}$$

a) Max då: $2n_2d = m\lambda_1 \Rightarrow m = \frac{2n_2d}{\lambda_1}$
 Min då: $2n_2d = (m + \frac{1}{2})\lambda_2 \Rightarrow m = \frac{2n_2d}{\lambda_2} - \frac{1}{2}$
 $\Rightarrow \frac{2n_2d}{\lambda_1} = \frac{2n_2d}{\lambda_2} - \frac{1}{2} \Rightarrow 2n_2d\left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right) = \frac{1}{2}$
 $\Rightarrow d = \frac{1}{4n_2\left[\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right]} = \frac{1}{4 \cdot 1,25\left(\frac{1}{600} - \frac{1}{700}\right)} = 840 \text{ nm}$
 Svar: 840 nm

b) $R_1 = \left(\frac{1,25-1}{1,25+1}\right)^2 = 0,0123$ $T_1 = 1 - R_1 = 0,988$
 $R_2 = \left(\frac{1,5-1,25}{1,5+1,25}\right)^2 = 0,00826$

$$\begin{cases} I_1 = R_1 I_0 \\ I_2 = T_1^2 R_2 I_0 \end{cases} \xrightarrow{(I = kE^2)} \begin{cases} E_1^2 = R_1 E_0^2 \\ E_2^2 = T_1^2 R_2 E_0^2 \end{cases} \Rightarrow E_{\text{tot}} = E_1 - E_0 = (\sqrt{R_1} - T_1 \sqrt{R_2}) E_0$$

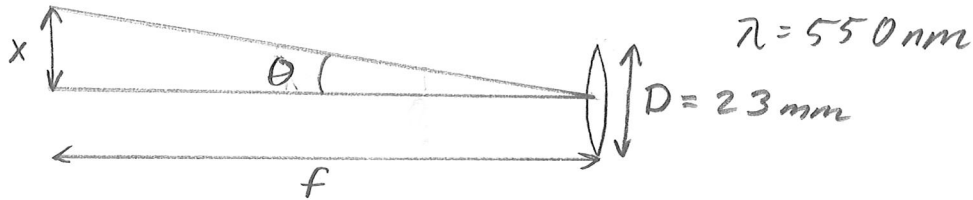
 $\Rightarrow I_{\text{tot}} = (\sqrt{R_1} - T_1 \sqrt{R_2})^2 I_0 = (\sqrt{0,0123} - 0,988 \sqrt{0,00826})^2 I_0 =$

Svar: $4,5 \cdot 10^{-4}$

$$\textcircled{6} \quad a) \quad G = \frac{d_0}{f} \Rightarrow f = \frac{d_0}{G} = \frac{25 \text{ cm}}{8} = 3,1 \text{ cm}$$

Svar: $f = 3,1 \text{ cm}$

b)



Rayleighs upplösningsskriterium ger: $D \sin \theta = 1,22 \lambda$
 $\Rightarrow \theta = \arcsin\left(\frac{1,22 \cdot 550 \cdot 10^{-9}}{23 \cdot 10^{-3}}\right) = 0,00167^\circ$

$\tan \theta = \frac{x}{f} \Rightarrow x = 3,1 \cdot 10^{-2} \cdot \tan 0,00167^\circ = 0,91 \mu\text{m}$
Svar: $0,9 \mu\text{m}$ kan upplösas

$\textcircled{7}$

$$d_1 = \sqrt{x^2 + a^2}$$

$$d_2 = \sqrt{(L-x)^2 + b^2}$$

$$v_1 = \frac{c}{n_1}$$

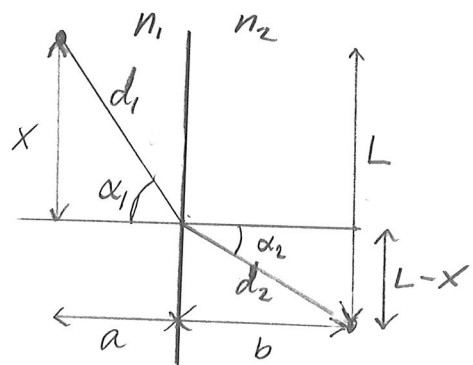
$$v_2 = \frac{c}{n_2}$$

$$T = t_1 + t_2 = \frac{\sqrt{x^2 + a^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{(L-x)^2 + b^2}}{v_2}$$

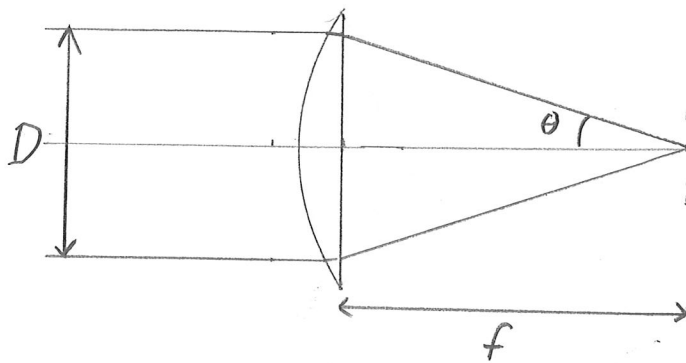
$$\begin{aligned} \frac{dT}{dx} &= \frac{1}{v_1} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x^2 + a^2}} \cdot 2x + \frac{1}{v_2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{(L-x)^2 + b^2}} \cdot 2(L-x)(-1) \\ &= \frac{1}{v_1} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} - \frac{1}{v_2} \cdot \frac{L-x}{\sqrt{(L-x)^2 + b^2}} = \frac{\sin \alpha_1}{v_1} - \frac{\sin \alpha_2}{v_2} = \\ &= \frac{n_1 \sin \alpha_1}{c} - \frac{n_2 \sin \alpha_2}{c} = 0 \end{aligned}$$

\Rightarrow

$$\boxed{n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2}$$



8)



$$\begin{aligned} \lambda_0 &= 850 \text{ nm} \\ D &= 3 \text{ mm} \\ L &= 10 \text{ m} \\ P_{in} &= 2,0 \text{ mW} \\ NA &= 0,31 \\ n &= 1,52 \end{aligned}$$

a) $NA = \sin \theta = 0,31 \Rightarrow \theta = 18^\circ$

$$\tan \theta = \frac{D}{2f} \Rightarrow f = \frac{D}{2 \tan \theta} = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot \tan 18^\circ} = 4,6 \text{ mm}$$

Svar: $f = 4,6 \text{ mm}$

b) $R = \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2 = \left(\frac{1,52-1}{1,52+1} \right)^2 = 0,043 \Rightarrow T = 1 - R = 0,957$

$$\alpha = 15 \text{ dB/km} \Rightarrow G = - \frac{15 \cdot L}{1000} = - \frac{15 \cdot 10}{1000} = -0,15 \text{ dB}$$

$$G = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10^{\left(\frac{G}{10}\right)} = 10^{-\frac{0,15}{10}} = 0,966$$

$$P_{ut} = P_{in} \cdot T^2 \cdot 0,966 = 2,0 \cdot 10^{-3} \cdot 0,957^2 \cdot 0,966 = 1,77 \text{ mW}$$

Svar: $P_{ut} = 1,8 \text{ mW}$