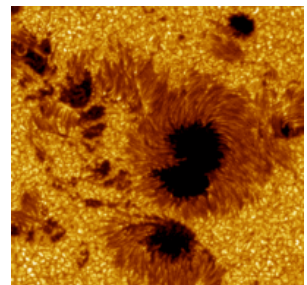


Tentamen i Fotonik - 2012-08-27, kl. 08.00-13.00

FAFF25 - Fysik för C och D, Delkurs i Fotonik

- **Tillåtna hjälpmedel:** Miniräknare, godkänd formelsamling (t ex TeFyMa), utdelat formelblad.
- **OBS! Mobiltelefon** får ej finnas i fickan eller framme på bordet. Lägg denna i väskan med ljudet avstängt.
- Börja varje ny uppgift på ett nytt blad och skriv bara på en sida av pappret.
- Skriv namn på varje blad och numrera sidorna i övre högra hörnet.
- Lösningarna ska vara renskrivna, väl motiverade och försedda med svar. Uppgifter utan svar ger inte full poäng!
- **Betyg:** Varje korrekt löst uppgift ger 3 poäng efter en helhetsbedömning. För godkänt krävs minst 12 poäng.

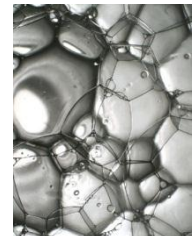
1. Det Svenska Solteleskopet på La Palma är världens just nu mest högupplösande solteleskop. Med hjälp av adaptiv optik kan man fotografera solen helt utan avbildningsfel. Teleskopet har ett linsobjektiv med en diameter på 98 cm och en brännvidd på 20,3 m. Ett smalbandigt färgfilter används för att göra observationer vid våglängden 396 nm. Avståndet mellan solen och jorden är 150 miljoner kilometer.



- Hur små objekt på solens yta kan upplösas? (2,0 p)
- Hur stor blir teleskopets bild av ett sådant objekt? (1,0 p)

2. Två linser L1 och L2, båda med brännvidderna +6,0 cm, sitter på avståndet 4,0 cm ifrån varandra. Ett 2,0 cm högt föremål placeras 7,0 cm till vänster om linsen L1. Beräkna bildens läge, storlek och orientering (rättvänd eller uppochnedvänd). (3,0 p)

3. En såpfilm är 350 nm tjock och belyses med vitt ljus i normalt infall. Såplösningens brytningsindex är 1,36.



- Vilka färger kan inte ses i det reflekterade ljuset? (0,5 p)
- Vilka färger blir starka i det reflekterade ljuset? (0,5 p)
- Vilken färg har såpfilmen vid normalt infall? (0,5 p)
- Vilken färg har såpfilmen om den istället belyses i 75° infall? (1,5 p)

4. De "titthål" som ibland finns i ytterdörrar är en omvänd Galileikikare (vinkelförstoringen är alltså mindre än 1). En sådan dörrkikare konstrueras med hjälp av två linser med brännvidderna -5,0 mm och +25,0 mm.



- Hur stort är avståndet mellan linserna när kikaren är normalställd? En kikare är normalställd när parallellt ljus in ger parallellt ljus ut. (1,0 p)
- Vilken vinkelförstoring har kikaren? (1,0 p)
- Anta att en försäljare står 50 cm ifrån ytterdörren. Var hamnar den normalställda kikarens bild av försäljaren? (1,0 p)

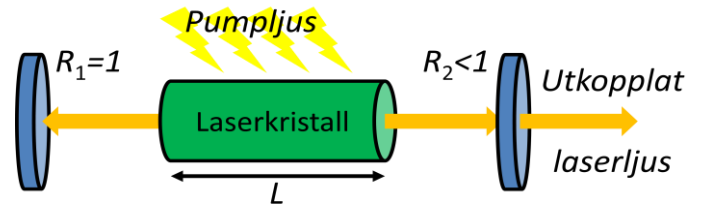
5. Två polarisationsfilter är placerade efter varandra och belyses med opolariserat ljus med intensiteten I_0 . Transmissionsriktningen hos de två filtren är vald så att inget ljus kommer igenom. Genom att placera ett tredje polarisationsfilter mellan de två första går det att öka transmissionen.

- Hur ska det tredje filtret vara vridet i förhållande till det första polarisationsfiltret för att så mycket ljus som möjligt ska komma igenom? (1,0 p)
- Hur mycket ljus går det att som mest få igenom uttryckt i I_0 ? (1,0 p)
- Hur mycket ljus går det att som mest få igenom uttryckt i I_0 om man istället placerar två polarisationsfilter mellan de två första? (1,0 p)

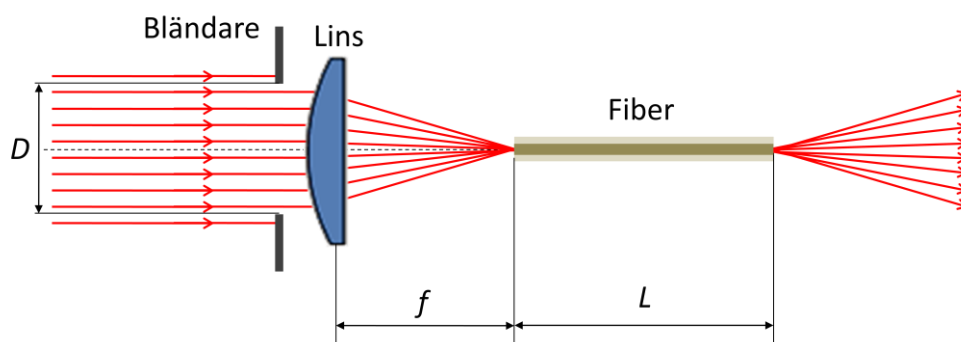
6. *Lyspulvret* (ett fluorescerande material) som finns på insidan av lysrör ska omvandla det ultravioletta ljus som kvicksilveratomerna avger till synligt ljus. Finns det något fluorescerande material som kan omvandla infrarött ljus till synligt ljus? Motivera! (3,0 p)



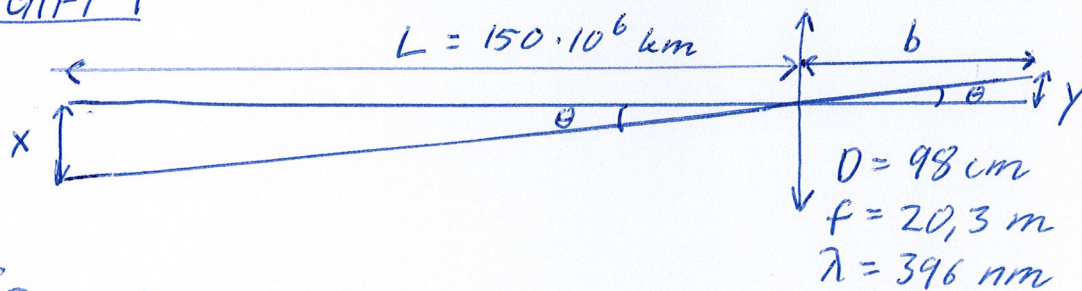
7. I en kristall-laser enligt bilden används en YVO_4 -kristall (Yttrium Orthovanadate) som är dopad med Neodymium-joner till en koncentration av $1,5 \cdot 10^{18}$ joner per kubikcentimeter. Kristallen pumpas med ljus från en blixtlampa vilket skapar inverterad population mellan två energinivåer i Neodymium-jonerna. Livstiden för den övre lasernivån är $98 \mu\text{s}$ och vakuumvåglängden för övergången är 1064 nm . Brytningsindex för YVO_4 är $2,2$ vid 1064 nm och linjeprofilens maximum är $g(f_0) = 3,0 \text{ ps}$. Kristallen sitter i en kavitet bestående av två speglar, en med 100% reflektans och en med 90% reflektans genom vilken laserljuset kopplas ut. Laserkristallens ändtytor är antireflexbehandlade så att inga förluster uppstår vid transmission genom dessa. Hur lång måste laserkristallen minst vara för att lasring skall fås om 50,1% av Neodymiumjonerna har pumpats till den övre lasernivån? (3,0 p)



8. En lins med brännvidden $f = 20 \text{ mm}$ används för att koppla in ljuset från en diodlaser med våglängden 1550 nm i en 750 m lång stegindexfiber enligt bilden nedan. Laserstrålen begränsas före linsen till en stråldiameter $D = 5 \text{ mm}$. Fiberns kärna har brytningsindex $n = 1,4$ och enligt tillverkarens specifikation är dämpningskoefficienten för fibern $4,5 \text{ dB/km}$.
- För att allt ljus skall kopplas in i fibern gäller det att storleken på laserstrålen i linsens fokus är mindre än kärnans diameter. Om du vill att hela centralmaximat i diffraktionsmönstret faller inom fiberns kärna, vilken är då den minsta kärndiameter du kan tillåta? (1,0 p)
 - Vilken är den minsta numeriska apertur fibern kan ha utan att det ljus som kopplas in i fiberns kärna läcker ut till fiberns mantel? (1,0 p)
 - Vad blir de totala förlusterna i fibern om man tar hänsyn både till reflektionsförluster vid in- och utkoppling samt den interna dämpningen i fibern? Svara i decibel. (1,0 p)



UPPGIFT 1



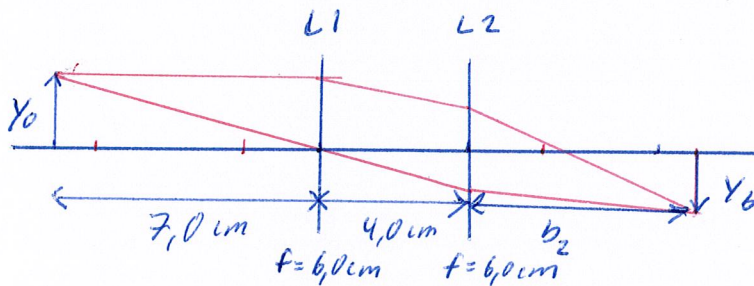
$$\begin{aligned}
 \text{a) } \begin{cases} D \sin \theta = 1,22 \lambda \\ \tan \theta = \frac{x}{L} \end{cases} &\Rightarrow x = L \tan \theta \sin \left(\frac{1,22 \lambda}{D} \right) = \\
 &= 1,5 \cdot 10^{11} \tan \theta \sin \left(\frac{1,22 \cdot 396 \cdot 10^9}{0,98} \right) = \\
 &= 73\,947 \text{ m} \approx 74 \text{ km}
 \end{aligned}$$

Svar: 74 km

$$\begin{aligned}
 \text{b) } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} &\Rightarrow \frac{1}{1,5 \cdot 10^{11}} + \frac{1}{b} = \frac{1}{20,3} \Rightarrow b \approx f = 20,3 \text{ m} \\
 \tan \theta = \frac{y}{b} = \frac{y}{f} &\Rightarrow y = f \cdot \frac{x}{L} = 20,3 \cdot \frac{74 \cdot 10^3}{1,5 \cdot 10^{11}} = 10 \mu\text{m}
 \end{aligned}$$

Svar: 10 μm

UPPGIFT 2

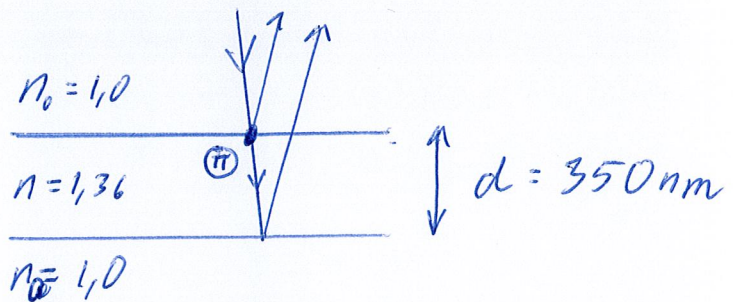


$$\begin{aligned}
 L1: a_1 = 7,0 \text{ cm} \\
 f_1 = 6,0 \text{ cm} &\Rightarrow \frac{1}{7} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{6} \Rightarrow b_1 = \frac{1}{\frac{1}{6} - \frac{1}{7}} = 42 \text{ cm} \\
 L2: a_2 = 4 - 42 = -38 \text{ cm} \\
 f_2 = 6,0 \text{ cm} &\Rightarrow b_2 = \frac{1}{\frac{1}{6} + \frac{1}{38}} = 5,18 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M &= M_1 \cdot M_2 = \left(-\frac{b_1}{a_1} \right) \cdot \left(-\frac{b_2}{a_2} \right) = -\frac{42}{7} \cdot \frac{5,18}{38} = -0,82 \\
 y_b &= M \cdot y_0 = -0,82 \cdot 2,0 = -1,6 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

Svar: Bilden ligger 5,2 cm till höger om L1, är 1,6 cm hög och uppochnervänd.

UPPGIFT 3



a) Min då:

$$2nd = m\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{2nd}{m} = \begin{cases} 952 \text{ nm}, m=1 & (\text{IR}) \\ 476 \text{ nm}, m=2 & (\text{Blått}) \\ 317 \text{ nm}, m=3 & (\text{UV}) \\ \vdots \end{cases}$$

Svar: Blått blir svagt pga destruktiv interferens vid $\lambda = 476 \text{ nm}$.

b) Max då:

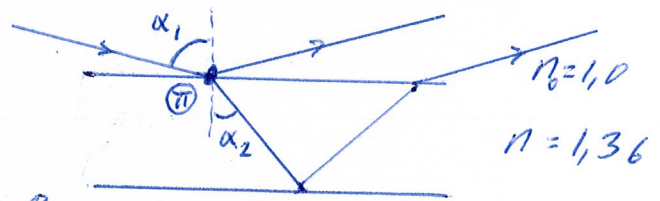
$$2nd = (m + \frac{1}{2})\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{2nd}{m + \frac{1}{2}} = \begin{cases} 1404 \text{ nm}, m=0 & (\text{IR}) \\ 635 \text{ nm}, m=1 & (\text{Rött}) \\ 380 \text{ nm}, m=2 & (\text{UV}) \\ \vdots \end{cases}$$

Svar: Rött blir starkt pga konstruktiv interferens vid $\lambda = 635 \text{ nm}$.

c) Svar: Svagt vid blått och starkt vid rött gör att såpfilmen ser röd ut vid normalt infall.

d) $n_0 \sin \alpha_1 = n \sin \alpha_2$

$$\alpha_2 = \text{asin} \left[\frac{n_0}{n} \sin \alpha_1 \right] = \text{asin} \left[\frac{1}{1.36} \sin 75^\circ \right] = 43,3^\circ$$

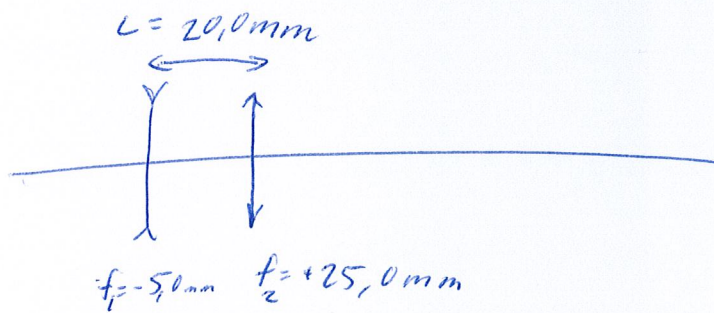


Min då: $\lambda = \frac{2nd \cos \alpha_2}{m} = \begin{cases} 670 \text{ nm}, m=1 & (\text{Rött}) \\ 335 \text{ nm}, m=2 & (\text{UV}) \\ \vdots \end{cases}$

Max då: $\lambda = \frac{2nd \cos \alpha_2}{m + \frac{1}{2}} = \begin{cases} 1340 \text{ nm}, m=0 & (\text{IR}) \\ 447 \text{ nm}, m=1 & (\text{Blått}) \\ 268 \text{ nm}, m=2 & (\text{UV}) \\ \vdots \end{cases}$

Svar: Svagt vid rött och starkt vid blått ger att såpfilmen ser blå ut i 75° infallsvinkel.

4.



a) $L = f_1 + f_2 = -5 + 25 = 20 \text{ mm}$

b) $G = \left| \frac{f_1}{f_2} \right| = \frac{5}{25} = 0,2$

c) I: $\frac{1}{500} + \frac{1}{b_1} = -\frac{1}{5} \Rightarrow b_1 = \frac{1}{-\frac{1}{5} - \frac{1}{500}} = -4,95 \text{ mm}$

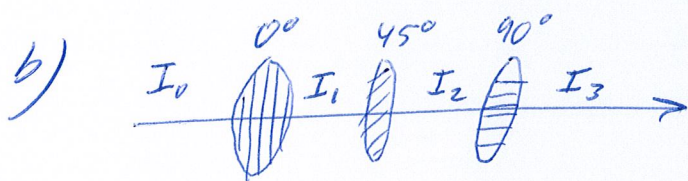
II: $a_2 = L - b_1 = 20 + 4,95 = 24,95 \text{ mm}$

$\frac{1}{24,95} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{25} \Rightarrow b_2 = \frac{1}{\frac{1}{25} - \frac{1}{24,95}} = -12,475 \text{ mm}$

Svar 12,5 m från dörren, på samma sida som försäljaren.

5. a) Det extra filtret ska vara vridet 45° i förhållande till det första (större eller mindre minskar transmissionen).

Svar: 45°



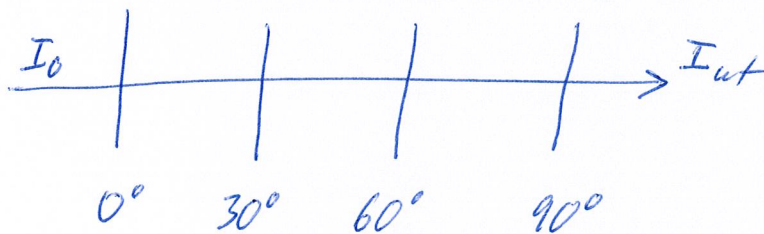
$$I_1 = \frac{1}{2} I_0 \quad (\text{det inkommande ljuset är opolar})$$

$$I_2 = I_1 \cos^2 45^\circ$$

$$I_3 = I_2 \cos^2 45^\circ = \cos^4 45^\circ I_1 = \frac{I_0}{2} \cos^4 45^\circ = \frac{I_0}{8}$$

Svar: $\frac{1}{8}$ av I_0 (12,5% av I_0)

c)



$$I_{\text{ut}} = \frac{1}{2} \cos^2 30^\circ I_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 = \frac{27}{128} = 0,21$$

Svar: 21% av I_0 (dvs mer än i b)

UPPGIFT 6

Nej, det skulle strida mot energiprincipen
då synliga fotoner har högre energi
än infraröda fotoner.

UPPGIFT 7

Lasring då: $G = R_1 R_2 e^{2\gamma(f_0)L} > 1$

$$R_1 = 1, R_2 = 0,9$$

$$\text{med } \gamma(f_0) = (N_2 - N_1) \frac{\lambda^2}{8\pi\tau} g(f_0)$$

$$N = 1,5 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3} = 1,5 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3}$$

$$N_2 = 0,501 N, N_1 = 0,499 N$$

$$\tau = 98 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} = \frac{1064 \cdot 10^{-9}}{2,2} = 483,6 \cdot 10^{-9}$$

$$g(f_0) = 3,0 \cdot 10^{-12} \text{ s}$$

$$\gamma(f_0) = (0,501 - 0,499) \cdot 1,5 \cdot 10^{24} \cdot \frac{(483,6 \cdot 10^{-9})^2}{8\pi \cdot 98 \cdot 10^{-6}} \cdot 3,0 \cdot 10^{-12} = 0,855 \text{ m}^{-1}$$

$$L > - \frac{\ln(R_1 R_2)}{2\gamma(f_0)} = - \frac{\ln 0,9}{2 \cdot 0,855} = 0,062 \text{ m} = \underline{\underline{6,2 \text{ cm}}}$$

UPPGIFT 8

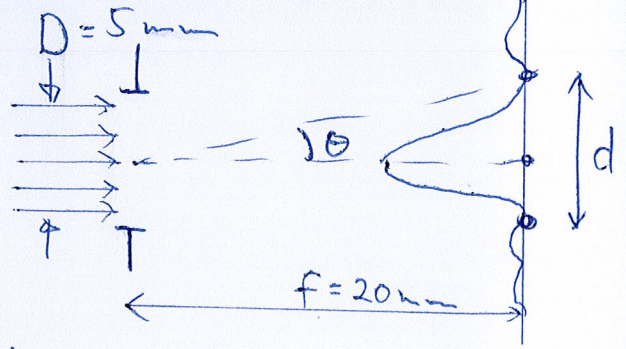
(a)

Böjnings:

$$D \sin \theta = 1,22 \lambda$$

$$\theta = \arcsin \left(\frac{1,22 \cdot 1550 \cdot 10^{-9}}{5 \cdot 10^{-3}} \right) = 0,022^\circ$$

$$\tan \theta = \frac{d}{2f} \Rightarrow d = 2f \tan \theta = 2 \cdot 20 \cdot 10^{-3} \cdot \tan 0,022^\circ = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ m} = \underline{\underline{15 \mu\text{m}}}$$



(b)

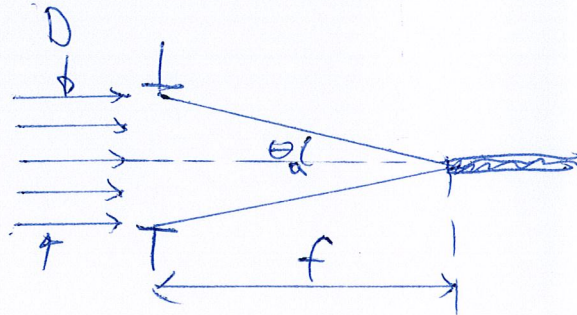
Numerisk apertur:

$$NA = \sin \theta_a$$

$$\tan \theta_a = \frac{D}{2f}$$

$$\theta_a = \arctan \left(\frac{5 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 20 \cdot 10^{-3}} \right) = 7,13^\circ$$

$$NA = \sin 7,13^\circ = \underline{\underline{0,12}}$$



(c)

• Reflektionsförluster: $R = \left(\frac{n_k - 1}{n_k + 1} \right)^2 = \left(\frac{1,4 - 1}{1,4 + 1} \right)^2 = 0,028$

$$T = 1 - R = 0,972, \quad G_R = 10 \log(T^2) = -0,247 \text{ dB}$$

• Intern förluster: $G_\alpha = -\alpha \cdot L = -4,5 \cdot 0,75 = -3,375 \text{ dB}$

• Totalt: $G_{\text{tot}} = G_R + G_\alpha = -0,247 - 3,375 = \underline{\underline{-3,622 \text{ dB}}}$